УДК 368.1 DOI: 10.14451/1.242.213

Модели страхования

© 2025 **Леонова Ольга Васильевна**
Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математических методов и цифровых технологий. Байкальский государственный университет. Россия, Иркутск.
E-mail: olga.olgaleonova@yandex.ru

Ключевые слова: страховая математика, модели страхования, страховые премии, страховые выплаты, таблицы смертности, процесс исков, портфель договоров.

Модели страхования — это концепции, основанные на определенных методах и принципах, которые помогают страховым компаниям оценивать риски и управлять ими. Эти риски могут быть связаны с предоставлением финансовой защиты от потерь или различных проблем для клиентов. Существует несколько видов основных моделей страхования, включая традиционную модель, где страховым компаниям выплачиваются страховые премии за предоставление страховой защиты, и альтернативные модели, такие как самострахование и перестрахование. Модели страхования включают различные методы определения рисков, расчета премий, управления страховым портфелем и оценки эффективности страховых компаний. Они помогают страховщикам эффективно управлять своими резервами и обеспечивать защиту своих клиентов. Модели страхования нужны для защиты людей и компаний от финансовых потерь, вызванных различными негативными событиями. Они позволяют перенести риск на страховую компанию за определенную плату (страховой взнос) и обеспечивают финансовую поддержку в случае наступления страхового случая. Модели страхования помогают сглаживать финансовые убытки, обеспечивать финансовую стабильность и защитить от неожиданных расходов. Все большую роль при создании моделей страхования имеют математические методы. В данной статье представлена базовая модель страховой компании, основанная на принципах центральной предельной теоремы. Рассматривая сумму исков как случайную величину, авторы предлагают различные модели для анализа процесса исков, включая модели банкротства и модели распределения потерь.

Введение

Существует множество различных видов страхования, которые могут быть адаптированы под индивидуальные потребности клиентов. Например, страхование жизни защищает финансовое благополучие семьи в случае смерти застрахованного лица, страхование здоровья помогает покрыть медицинские расходы, страхование автомобиля покрывает ущерб от аварий и прочее. Страхование также играет ключевую роль в развитии бизнеса, позволяя компаниям защитить свои активы, персонал и ответить на потенциальные риски. Без страхования, люди и компании могут оказаться в уязвимом положении, если им придется понести значительные финансовые потери [5].

Поэтому модели страхования являются важным инструментом для обеспечения финансовой безопасности и стабильности как на личном, так и на коммерческом уровне [9].

Математические методы играют ключевую роль в построении моделей страхования, так как они позволяют оценить риски и определить страховые тарифы и резервы [8]. Существуют различные способы использования математических методов в страховании:

1. Математическая статистика: страховые компании используют статистические методы для анализа больших объемов данных о страховых случаях. На основе этих данных они могут прогнозировать вероятность наступления страховых случаев и определять оптимальные страховые тарифы.
2. Теория вероятностей: теория вероятностей позволяет оценивать вероятность наступления различных страховых рисков и определять страховые резервы. Это помогает страховым компаниям управлять финансовыми рисками и обеспечить финансовую устойчивость.
3. Математическое моделирование: с помощью математических моделей можно оценивать различные аспекты страхования, такие как актуарные риски, страховые выплаты и доходы от страхования. Это помогает страховым компаниям принимать обоснованные решения по управлению своей деятельностью.

Все эти методы позволяют страховым компаниям эффективно управлять рисками и обеспечивать защиту клиентов от непредвиденных финансовых рисков.

Простейшая модель страхования

Простейшая модель страховой компании предполагает следующие основные элементы:

1. Страхование. Компания предлагает клиентам за определенную плату страховые полисы, которые обеспечивают выплату компенсации в случае наступления страхового случая (например, утрата имущества, заболевание, несчастный случай и т. д.).
2. Премии. Клиенты оплачивают страховой компании премии за страховые полисы. Премии могут быть как единовременными, так и регулярными платежами.
3. Резервы. Страховая компания формирует резервы денежных средств, предназначенных для выплаты потенциальных страховых требований клиентов.
4. Риски. Страховая компания оценивает и управляет рисками, связанными с выплатой страховых компенсаций, чтобы обеспечить финансовую устойчивость компании.
5. Расходы. Компания покрывает свои операционные расходы за счет предоставленных премий.
6. Прибыль. Разница между премиями, расходами и выплатами страховых компенсаций составляет прибыль страховой компании.

Это базовая модель, которая может быть расширена и усовершенствована в зависимости от специфики страховых продуктов и услуг, которые предлагает страховая компания [1].

Допустим, что страховая компания предлагает своим клиентам новый страховой продукт.

Обозначим поток денежных сумм — премий, которые внесут страхователи за этот продукт как последовательность переменных $p_1, \dots, p_n$.

Поток страховых выплат, которые заплатит страховая компания в случае, если произойдет ν страховых событий, обозначим как последовательность переменных $b_1, \dots, b_\nu$, причем $\nu \leqslant n$.

Очевидно, что $b_j \gg p_j$, в противном случае все страховые компании разорятся и страховые услуги уйдут с финансового рынка.

При покупке страхового полиса за p рублей застрахованный перекладывает риски собственных потерь на страховую компанию, уплачивая страховой взнос. Страхование позволяет защитить его от непредвиденных финансовых потерь в случае возникновения страхового случая, такого как авария, болезнь, утрата имущества и т. д. В обмен на уплату страховых взносов страховая компания обязуется возместить убытки, возникшие у страхователя, в пределах оговоренных условий и внесенных сумм.

Учитывая выдвинутые предпосылки, можно

сформулировать задачи, которые решает страховая математика [7]:

1. Предсказание вероятности наступления страхового случая.
2. Оценка потенциального ущерба от страховых случаев.
3. Определение необходимых резервов для покрытия страховых обязательств.
4. Разработка тарифов страховых продуктов.
5. Моделирование финансовых потоков страховой компании.
6. Анализ страхового портфеля на предмет рисков и резервов.
7. Оценка эффективности и рентабельности страховых продуктов.
8. Разработка стратегии управления рисками в страховой компании.
9. Исследование влияния внешних факторов на страховые рынки.
10. Оценка финансовой устойчивости страховой компании.

Построим простейшую модель страховой компании, используя понятия и методы теории вероятностей [3].

При построении будем опираться на центральную предельную теорему, согласно которой, «если случайная величина X представляет собой сумму очень большого числа взаимно независимых случайных величин, влияние каждой из которых на всю сумму ничтожно мало, то эта величина X имеет распределение, близкое к нормальному закону» [4].

Рассмотрим последовательность таких независимых случайных величин, например, $X_1, X_2, \ldots, X_n$ у которых математическое ожидание $MX_i = a_i$ и дисперсия $DX_i = \sigma_i^2$. Далее, эти величины необходимо центрировать (вычесть математическое ожидание) и нормировать (поделить на среднее квадратическое отклонение). В результате этих преобразований получим последовательность случайных величин Y_n, $n = 1, 2, 3, \ldots$, которые будут иметь следующий вид:

$$Y_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} a_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - A_n}{B_n},$$

где

$\sum_{i=1}^{n} a_i = A_n$ – сумма математических ожиданий, $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2} = B_n$ – сумма средних квадратических отклонений.

В соответствии с центральной предельной теоремой, при выполнении определенных общих предположений о законах распределения случайных величин X_i, последовательность функций распределения величин $Y_n, (n \to \infty)$ сходится к функции стандартного нормального закона, то есть

$$F(Y_n) = P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - A_n}{B_n} < x\right\} \xrightarrow[n \to \infty]{} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Рассмотрим следующую упрощенную ситуацию. Пусть в начале определенного периода в страховой компании застраховано n мужчин возраста 60 лет на случай смерти. Пусть каждый застрахованный выплачивает страховую премию p, то есть в этом случае страховая компания получит суммарный доход $n \cdot p$. Этот суммарный доход составит финансовый резерв страховой компании, который обозначим $U = n \cdot p$. Иски, которые могут быть предъявлены страховой компании в случае, если i-й застрахованный умрет в течение года обозначим как $b_i = 1$.

Для нахождения вероятностей того, что застрахованный умрет (не умрет) в возрасте 60 лет используем таблицу 1:

$$P(b_i = 1) = q_{60} = 0{,}02818;$$
$$P(b_i = 0) = p_{60} = 1 - q_{60} = 0{,}97182.$$

Тогда вероятность того, что страховая компания не разорится, будет иметь вид:

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} b_i \leqslant U\right) = \\ = P\left\{\frac{\sum b_i - M\sum b_i}{\sqrt{D\sum b_i}} \leqslant \frac{U - M\sum b_i}{\sqrt{D\sum b_i}}\right\}.$$

Учитывая тот факт, что случайные величины b_i дискретного типа, построим для них ряды распределений и найдем их математические ожидания и дисперсии по формулам [4]:

b_i	0	1
p_i	0,97182	0,02818

$$Mb_i = 0 \cdot 0{,}97182 + 1 \cdot 0{,}02818 = 0{,}02818,$$
$$Db_i = 0 \cdot 0{,}97182 + 1 \cdot 0{,}02818 - 0{,}02818^2 = \\ = 0{,}0274.$$

Поскольку иски поступают в страховую компанию независимо друг от друга, случайные величины b_i независимы. Тогда суммарное математическое ожидание будет равно $M\sum_{i=1}^{n} b_i = \sum_{i=1}^{n} Mb_i = n \cdot 0{,}02818$, суммарная дисперсия будет равна $D\sum_{i=1}^{n} b_i = \sum_{i=1}^{n} Db_i = n \cdot 0{,}0274$.

Тогда вероятность не разорения страховой компании будет иметь вид:

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} b_i \leqslant U\right) = \\ = P\left(\frac{\sum b_i - 0{,}02818n}{\sqrt{0{,}0274n}} \leqslant \frac{U - 0{,}02818n}{\sqrt{0,0274n}}\right).$$

Допустим, что в компании застраховано $n = 1000$ 60-летних мужчин, тогда получим условие для вероятности не разорения компании:

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} b_i \leqslant U\right) = P\left(\frac{\sum b_i - 28{,}18}{\sqrt{27{,}4}} \leqslant \frac{U - 28{,}18}{\sqrt{27,4}}\right) \approx \Phi^*\left(\frac{U - 28{,}18}{\sqrt{27,4}}\right),$$

где $\Phi^*(x)$ — функция распределения стандартной нормальной случайной величины.

Пусть страховую компанию устраивает вероятность не разорения $0{,}9$, тогда $\Phi^*\left(\frac{U-28{,}18}{\sqrt{27{,}4}}\right) = 0{,}9$.

По таблице значений функции Лапласа найдем аргумент, которому соответствует значение $0{,}45$:

$$\frac{U - 28{,}18}{\sqrt{27{,}4}} = 1{,}65 \Longrightarrow U = 36{,}82.$$

Это означает, что страховая компания должна иметь резерв, составляющий не менее найденной суммы. При этом страховые взносы будут составлять $p = \frac{U}{n} = \frac{36{,}82}{1000} = 0{,}03682$ часть от иска, когда $b = 1$ Если $b = 100000$ рублей, то страховая премия для застрахованного лица составит $p = 100000 \cdot 0{,}03682 = 3683$ рубля в год.

Модели процесса исков

Существует несколько моделей процесса исков, которые могут быть применены при рассмотрении юридических споров. Некоторые из основных моделей включают [2]:

1. Модель конфликта. В этой модели исходными точками являются различия и противоречия между сторонами, которые приводят к возникновению спора. Иск становится инструментом разрешения для этого конфликта.
2. Модель сотрудничества. В этой модели стороны стремятся к согласованию и сотрудничеству при мирном разрешении спора. Иск в данном случае может быть использован как средство для достижения взаимовыгодного решения.
3. Модель доверенности. В этой модели одна из сторон полагается на другую, чтобы представлять ее интересы и действовать от ее имени в процессе рассмотрения иска.
4. Модель претензий. В этой модели сторона,

Таблица 1. Фрагмент таблицы смертности населения России для календарного года 2022 (мужчины) [10].

Возраст x (полное число исполнившихся лет)	Коэффициент смертности в возрасте x лет	Вероятность смерти $q(x)$ в интервале возрастов от x до $x+1$	Число доживших до возраста x лет $l(x)$	Число умерших $d(x)$ в возрасте x лет	Ожидаемая продолжительность предстоящей жизни m_x в возрасте x лет
57	0,02174	0,0215	71841	1545	17,65
58	0,02363	0,02335	70296	1642	17,03
59	0,0256	0,02527	68654	1735	16,42
60	0,02858	0,02818	66919	1886	15,84
61	0,03038	0,02993	65034	1946	15,28
62	0,0331	0,03256	63087	2054	14,74
63	0,03326	0,03271	61033	1997	14,22

подающая иск, предварительно предъявляет претензии к другой стороне, выражая свои требования и ожидания относительно разрешения спора.

Каждая из этих моделей имеет свои особенности и преимущества, и их выбор зависит от конкретных обстоятельств и характера спора.

Модели разорения

Модели разорения являются математическими моделями, которые описывают процесс финансового упадка или банкротства компании или индивида. Эти модели используются для прогнозирования вероятности банкротства и помогают предсказать возможные сценарии разорения.

Существует несколько различных моделей разорения, которые могут использоваться для прогнозирования банкротства компаний. Например, одна из самых распространенных моделей — модель Альтмана, была разработана профессором Эдвардом Альтманом в 1968 году. Эта модель использует финансовые показатели компании, такие как оборотный капитал, активы, капитализация и прибыль, чтобы определить вероятность банкротства.

Другие модели разорения включают в себя модель Эйченбаума-Шофера, модель Taffler'а-Таира и модель Ohlson. Все эти модели основаны на различных финансовых показателях и используются для оценки вероятности банкротства компании.

Модели разорения могут быть полезны для инвесторов, кредиторов, аналитиков и управляющих компаниями при принятии решений о финансовой устойчивости компании. Они позволяют предсказать возможные проблемы в ближайшем будущем и принять меры для их предотвращения.

Модели распределения

Есть несколько моделей распределения потерь, которые могут использоваться в различных областях, таких как финансы, страхование, экономика и т. д. Некоторые из них включают [6]:

1. Нормальное распределение потерь — это одна из наиболее распространенных моделей, которая предполагает, что потери распределены нормально. Эта модель может быть использована для прогнозирования потерь и определения стандартного отклонения потерь.
2. Экспоненциальное распределение потерь — это модель, в которой потери распределены по экспоненциальному закону. Она используется, например, для моделирования времени между возникновением потерь.
3. Гамма-распределение потерь — это модель, которая предполагает, что потери распределены по гамма-закону. Она может быть

использована для моделирования случайных величин, которые имеют положительное значение.

4. Смешанное распределение потерь — это модель, которая комбинирует несколько видов распределений потерь для более точного моделирования потерь в реальной жизни.

Эти модели могут быть адаптированы и использованы в зависимости от конкретного контекста и требований задачи.

Библиографический список

1. *Архипов А. П.* Андеррайтинг в страховании: Теоретический курс и практикум : учебное пособие. — М. : Юнити-Дана, 2015. — 240 с.
2. *Бадалова А. Г.*, *Ларионов В. Г.*, *Ларионов Г. В.* Страховое дело и инструменты страховой защиты в риск-менеджменте : учебное пособие. — М. : Дашков и К°, 2016. — 135 с.
3. *Балдин К. В.*, *Башлыков В. Н.*, *Рокосуев А. В.* Основы теории вероятностей и математической статистики : учебник / под ред. К. В. Балдина. — М. : Флинта, 2010. — 245 с.
4. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика : Учебное пособие. — М. : Высшее образование, 2006. — 479 с.
5. *Колесникова Т. В.* «Идея о страховании» как способ обеспечения конкурентоспособности Российской страховой организации на либерализованном страховом рынке // Известия ИГЭА. — 2013. — 4(90). — С. 33–36.
6. *Леонова О. В.*, *Сорокина П. Г.* Моделирование процессов убытков страховщика с помощью вероятностных распределений на примере страховой компании РОСГОССТРАХ // Baikal Research Journal. — 2017. — Т. 8, № 4. — DOI: 10.17150/2411-6262.2017.8(4).27.
7. *Никулина Н. Н.*, *Суходоева Л. Ф.*, *Эриашвили Н. Д.* Страховой маркетинг : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Финансы и кредит». — М. : Юнити-Дана, 2015. — 503 с.
8. *Хитрова Е. М.*, *Плохотников М. А.* Оценка степени соответствия ожиданий потребителя предложениям страховых компаний (на примере страхования от COVID-19) // System Analysis & Mathematical Modeling. — 2020. — Т. 2, № 2. — С. 90–99.
9. *Хитрова Т. И.* Автоматизированная система поддержки принятия решений как инструмент оценки факта страхового мошенничества // Известия Байкальского государственного университета. — 2017. — Т. 27, № 2. — С. 286–291. — DOI: 10.17150/2500-2759.2017.27(2).286-291.
10. The Human Mortality Database. Russia. Life tables by year of death (period). 1959–2022, 1x1, female, male. — URL: https://www.demoscope.ru.