

УДК 338.984:519.863      DOI: 10.14451/1.238.244

# Экономико-математическая модель задачи оптимального раскроя материалов и обоснование внедрения результатов решения для снижения производственных затрат на промышленном предприятии

© 2024 **Спешилова Наталья Викторовна**

Заведующий кафедрой экономической теории, региональной и отраслевой экономики, профессор, доктор экономических наук. Оренбургский государственный университет, Россия, Оренбург.

E-mail: spfenics@yandex.ru

© 2024 **Рахматуллин Рустам Равильевич**

Доцент кафедры экономической теории, региональной и отраслевой экономики, доцент, кандидат технических наук. Оренбургский государственный университет, Россия, Оренбург.

E-mail: rakhmat8@mail.ru

© 2024 **Цыкало Кристина Александровна**

Магистрант кафедры экономической теории, региональной и отраслевой экономики. Оренбургский государственный университет, Россия, Оренбург.

E-mail: 79228114383@yandex.ru

**Ключевые слова:** экономико-математическая модель, управление затратами, промышленное предприятие, задача оптимального раскроя материалов, деталь, экономическая эффективность.

Чтобы оставаться конкурентоспособными на рынке, предприятиям необходимо уметь подстраиваться под изменяющиеся реалии геополитического и экономического характера, причем с каждым годом конкуренция становится все выше и выше, что предъявляет свои требования к поиску средств и методов повышения эффективности их функционирования. Так, для увеличения прибыли следует оптимизировать затраты, что способствует снижению себестоимости выпускаемой продукции. Поскольку в структуре затрат промышленных предприятий большую долю составляют материальные, необходимо внедрять методы и технологии, позволяющие уменьшить их величину. Одним из способов снижения может служить реализация результатов решения задачи оптимального раскроя материалов, суть которой состоит в определении рационального расположения выкроек деталей, при котором будет образовано меньше отходов. В статье описана и решена подобная задача на примере производственного процесса одного из промышленных предприятий Оренбургской области. Для автоматизации подбора вариантов использовались средства MS Excel. По итогу составлена карта раскроя, а также рассчитан экономический эффект от выбора оптимального способа, результат которого подтверждает снижение затрат и материальную

выгодность реализации найденного решения.

### **Введение**

На сегодняшний день, когда геополитические и экономические факторы труднопрогнозируемы, руководству предприятий особенно важно выбирать обоснованное соотношение между затратами и прибылью. Для того чтобы функционировать эффективно, необходим рациональный баланс, соответствующий увеличению объемов производства и снижению затрат при оптимальном варианте управления последними. Рост цен на материалы, нехватка рабочей силы, трудности в логистике – это новые реалии, с которыми сталкиваются предприятия по всей стране. Следовательно, основная задача руководителя – сформировать стратегию управления затратами на производство, которая не навредит качеству выпускаемого продукта и при этом уменьшит его себестоимость [5].

Большинство промышленных предприятий являются материалоемкими, поэтому оптимизация материальных затрат может стать для них отличной возможностью для сокращения расходов и в последствии увеличения эффективности своей деятельности. Существует множество вариантов снижения материальных затрат: пересмотр норм расходования материалов, уменьшение отходов, поиск поставщиков с более низкими ценами на сырье и пр. Одним из возможных инструментов, используемых при управлении затратами, может служить экономико-математическое моделирование [12].

Так, для оптимизации материальных затрат рассмотрим задачу о раскрое материалов [8], решение которой реализуем на примере одного из предприятий Оренбургской области, специализирующегося на производстве готовых металлических изделий и конструкций.

### **Материалы и методы**

Теоретической и методической базой исследования послужили научные труды отечественных ученых. Например, такие авторы, как О. А. Бредихина [2], С. А. Баркалов [1], Е. В. Мамонтова [4] изучали понятие «себестоимость», «за-

траты», а также исследовали способы оптимизации затрат с применением методов экономико-математического моделирования. Использование данных подходов повышает качество планирования, а также позволяет руководителям предприятий получить эффект без привлечения дополнительных ресурсов. Основная цель применения экономико-математических методов – поиск вариантов для разработки рекомендаций, адресованных конкретным предприятиям с определенным набором условий, выполнение которых приведет к улучшению их положения на рынке.

Цель данной работы – исследование способа оптимизации материальных затрат на основе решения задачи о раскрое материалов.

Для достижения поставленной цели в работе использовались такие научные методы, как сравнение, экономико-математическое моделирование, логический анализ.

Объектом исследования для решения задачи является промышленное предприятие Оренбургской области, которое специализируется на производстве готовых металлических изделий и конструкций, таких как строительные объекты, лестницы, металлические баки и др. Оно функционирует с 1993 года и относится к числу средних предприятий.

### **Постановка задачи**

Для изготовления металлических изделий используется основной материал – металлопрокат в виде листов стандартных форм и размеров, которые невозможно использовать без предварительной обработки. Для производства сами листы режут на различные детали, используя карты раскроя материалов. В силу специфики конфигурации, при раскрое практически всегда образуются отходы в виде обрезков металлопроката, которые естественно увеличивают себестоимость получаемого продукта, поскольку их нельзя вторично пускать в производство [3; 7]. Для оптимизации затрат необходимо сократить

размер отходов, образующихся в результате обработки листов. Для этого нужно выбрать такой расклад деталей, который будет обеспечивать минимальное количество получаемых при производстве обрезков, то есть решить классическую задачу оптимального раскроя материалов [6].

Задача о раскрое материалов – это типовая задача линейного программирования. Ее решение позволит минимизировать либо затрачиваемые ресурсы, либо отходы [9]. Рассмотрим решение задачи на конкретном примере.

Для металлических навесов требуется изготовить 79 шт. деталей вида А и 250 шт. деталей вида Б. Размер детали А – 2·2 м, размер детали Б – 1·3 м. Для того чтобы получить детали, раскраиваются листы стали размером 4·5 м. Необходимо найти оптимальный вариант раскроя материала, при котором количество отходов будет минимальным. Решение задачи производилось с помощью программного комплекса MS Excel [3].

Первый этап решения задачи – составление математической модели. Введем следующие обозначения:

$r$  ( $r = 1, 2$ ) – вид детали;

$j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) – способ раскроя листа;

$a_{jr}$  – выход в случае разреза листа металлопроката  $j$ -тым способом заготовок  $r$ -го вида;

$c_j$  – отходы в случае разреза листа металлопроката  $j$ -тым способом;

$D_r$  – нижняя грань потребности в  $r$ -й детали;

$x_j$  – количество листов металлопроката, разрезанных  $j$ -тым способом.

Составим математическую модель в структурной форме на основании подхода, изложенного в [1]. Критерием оптимальности в данном случае будет служить минимизация отходов при производстве.

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min. \quad (1)$$

Количество получаемых деталей должно быть

не меньше спроса:

$$Z = \sum_{j=1}^n a_{jr} x_j \geq D_r. \quad (2)$$

Переменные задачи  $x_j$  – неотрицательные целые числа.

На втором этапе построим экономико-математическую модель распила листов металлопроката в развернутой алгебраической форме. Для входных данных задачи выбрано 5 возможных вариантов раскроя. При использовании каждого из них получают детали видов А и Б, а также отходы. Данные представлены в таблице 1.

Исходя из данных таблицы 1, целевая функция примет вид:

$$Z = 2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Функция стремится к минимуму, то есть после решения задачи должен быть найден вариант раскроя, при котором заказ будет выполнен с наименьшими отходами.

Условия:

1. количество деталей вида А:

$$0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 + 4 \cdot x_5 = 79; \quad (4)$$

2. количество деталей вида Б:

$$6 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5 = 250; \quad (5)$$

3. неотрицательность переменных величин:

$$x_j > 0; \quad (6)$$

4. целочисленность переменных величин:

$$x_j \in Z^+ (j = \overline{1, 5}). \quad (7)$$

Таким образом, экономико-математическая мо-

**Таблица 1.** Карта раскроя материалов для изготовления металлического навеса.

Вариант раскроя	Количество заготовок, получаемых по карте раскроя, шт.		Отходы, м <sup>2</sup>
	А	Б	
Первый	0	6	2
Второй	1	5	1
Третий	2	4	0
Четвертый	3	2	2
Пятый	4	1	1

К	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	
		Варианты раскроя								
		Первый	Второй	Третий	Четвертый	Пятый				
	Количество листов, шт.	6	21	27	0	1	55			
	Количество деталей А, шт.	79								
	Количество деталей Б, шт.	250								
	Суммарные отходы, м2	34								

**Рис. 1.** Оптимальный раскрой материала.

дель будет иметь вид:

$$Z = 2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5 \rightarrow \min.$$

$$\begin{cases} 0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 + 4 \cdot x_5 = 79; \\ 6 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5 = 250. \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, x_j \in Z^+ (j = \overline{1,5}).$$

(8)

Для решения задачи используем программный комплекс MS Excel. Благодаря надстройке «Поиск решения» можно найти решение для конкретных условий с определенными ограничениями [10], причем для нашей задачи результаты значений переменных обязаны быть целочисленными и положительными; отходы – стремиться к минимуму; а количество получаемых изделий А и Б должно быть равным 79 и 250 штук соответственно. Экранная форма решения задачи представлена на рисунке 1. По итогу получили, что возможно изготовить 79 деталей вида А и 250 деталей вида Б, распилив 55 листов металлопроката. При этом суммарные нестандартные отходы составят в общей сложности 34 м<sup>2</sup>.

Для сравнения реализовано нахождение случай-

ного выбора заготовок посредством составления таблицы с использованием формул. При подстановке значений в ячейки «Вариант раскроя» методом подбора можно найти необходимые комбинации раскроя для того, чтобы получить 79 деталей вида А и 250 деталей вида Б. На рисунке 2 представлен результат случайного раскроя.

Таким образом, получили, что для выполнения плана необходимо распилить 59 листов металлопроката: 30 листов – первым способом, 4 листа – вторым, 0 листов – третьим, 25 листов – четвертым и 0 листов – пятым способом. При этом сумма отходов составит 114 м<sup>2</sup>.

Далее проведем расчет экономической эффективности при разных вариантах раскроя. Данный этап имеет важное значение, поскольку благодаря именно ему, руководитель определяет необходимость внедрения того или иного полученного результата в производство [11].

Расчет и анализ затрат на выпуск продукции представлен в таблице 2.

Анализируя данные таблицы 2 можно сделать вывод о том, что, используя оптимальный метод

К	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	
		Варианты раскроя								
		Первый	Второй	Третий	Четвертый	Пятый				
	Количество листов, шт.	30	4	0	25	0	59			
	Количество деталей А, шт.	79								
	Количество деталей Б, шт.	250								
	Суммарные отходы, м2	114								

Рис. 2. Случайный раскрой материала.

Таблица 2. Экономическая эффективность от введенного результата оптимизации.

Показатель	Случайный раскрой	Оптимальный раскрой	Абсолютное отклонение	Относительное отклонение, %
Количество затрачиваемых листов, шт.	59	55	-4	93,22
Стоимость одного листа, руб.	7000	7000	0	0
Среднее количество обрабатываемых станком заготовок за один час, шт.	8	8	0	0
Стоимость одного рабочего часа станка, руб.	645	645	0	0
Количество рабочих часов станка, ч	7,38	6,87	0,51	93,22
Стоимость времени работы станка, руб.	4760,1	4431,2	328,9	93,22
Затраты на выпуск продукции, руб.	417760,1	389431,2	28328,9	93,22

раскроя, затраты на выпуск продукции снизятся на 6,78% или на 28328,90 руб. Помимо этого, количество затрачиваемых листов металлопроката уменьшится на 4 штуки. Величина рабочих часов станка снизится на 0,51 часа. Таким образом, результаты решения задачи оптимального раскроя материалов имеют положительный экономический эффект. Внедрение обеспечит более бережное производство, а также будет способствовать уменьшению количества получаемых в результате раскроя обрезков.

### Результаты исследования

В сегодняшних реалиях для руководителей предприятий все более актуальным становится вопрос о внедрении системы управления материальными затратами. Основной целью при этом является экономия материальных ресурсов при производстве продукции, а вследствие чего и снижение себестоимости.

Проблема рационального использования материальных ресурсов актуальна для промышленных предприятий. Ее решение напрямую влияет на эффективность деятельности в целом.

В статье описано решение задачи о раскрое материалов, суть которой состоит в поиске оптимального варианта расположения выкроек деталей, который обеспечит выполнение плана производства с минимальным расходом основного материала. При этом количество получаемых отходов также должно стремиться к минимуму.

Для рассматриваемого предприятия составлена экономико-математическая модель распила, которая включает в себя 5 вариантов раскроя. С помощью инструментария программного комплекса MS Excel найдено оптимальное решение. Проведено сравнение полученного варианта со случайным, а также рассчитана экономиче-

ская эффективность от внедрения оптимального способа раскроя. В результате получено, что затраты на выпуск продукции снизятся на 6,78% или на 28328,90 руб., не считая выгоды по экономленному сырью и часам работы станка.

Таким образом, метод оптимального раскроя

материалов для промышленных предприятий экономичен и эффективен. Его использование позволит не только снизить себестоимость выпускаемой продукции, но и обеспечит более бережное производство, а также сократит количество получаемых отходов.

### Библиографический список

1. Баркалов С. А., Моисеев С. И., Серебрякова Е. А. Математическая модель оптимального распределения ресурсов в строительной сфере в условиях дефицита // Вестник ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2023. – № 1. – С. 89–98.
2. Бредихина О. А., Головин А. А., Спицына А. О. Экономико-математические методы и инструменты в решении задачи оптимизации // Фундаментальные исследования. – 2021. – № 9. – С. 5–11.
3. Демиденко О. М., Якимов Е. А., Денисевич Д. А. Исследование алгоритмов рационального раскроя листового материала // Проблемы физики, математики и техники. – 2020. – № 1. – С. 91–94.
4. Мамонтова Е. В., Воейко О. А. Применение бережливого производства при оценке качества управления отходами // Компетентность. – 2024. – № 1. – С. 51–57.
5. Родионова В. Н. Организация производства на предприятиях в современных условиях. – Воронеж : ВГТУ, 2019. – 212 с.
6. Сиденко И. К., Чалганова А. А. Управление затратами предприятия : учебное пособие. – СПб. : РГГМУ, 2022. – 260 с.
7. Смирнов А. А., Кобзев В. В. Инструментарий управления материальными ресурсами в бережливом производстве на предприятиях машиностроения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. – 2021. – Т. 14, № 5. – С. 128–143.
8. Спешилова Н. В., Масалимова З. З. Подходы к формированию системы стратегического управления затратами на предприятии // Проблемы устойчивого экономического развития в системе управления организацией, предприятием, учреждением уголовно-исполнительной системы : сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции, Рязань, 20 мая 2023 г. – Рязань : Академия права и управления Федеральной службы исполнения наказаний, 2024. – С. 210–215.
9. Тарасевич А. А., Костюков А. П. Методы решения задачи раскроя материалов в условиях ограничений // Моделирование и анализ информационных систем. – 2020. – Т. 27, № 1. – С. 31–43.
10. Технология принятия решений в экономике и в управлении техническими системами : учебное пособие / Н. В. Спешилова [и др.]. – Оренбург : ОГУ, 2018. – 304 с.
11. Хромова И. Н., Фельде Е. М., Жадовская М. А. Принятие управленческих решений на основе информации о затратах // Вестник Академии знаний. – 2022. – 3 (50). – С. 341–346.
12. Synthesis Method of Flash Graphs for Optimal Search of Manufacturing Subsystems Recognised on Basis of Composite Bayes Task Solution / V. N. Shepel [et al.] // TEM Journal. – 2019. – Feb. – Vol. 8. – P. 144–149. – DOI: [10.18421/TEM81-20](https://doi.org/10.18421/TEM81-20).