

УДК 33      DOI: 10.14451/1.225.100

## Математическая модель логистики

© 2023 **Власов Марк Павлович**

профессор кафедры маркетинга и логистики, института Управления и Экономики Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна, доктор экономических наук.  
E-mail: viktorvsizov@gmail.com

© 2023 **Сизов Виктор Валерьевич**

аспирант кафедры маркетинга и логистики, института Управления и Экономики Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна, доктор экономических наук.  
E-mail: viktorvsizov@gmail.com

**Ключевые слова:** логистика, экономико-математическая модель, экономическая безопасность предприятия, производственная программа.

Цель данной статьи заключается в описании процесса взаимодействия между поставщиками компонентов, которые необходимы для производства продукции и непосредственно предприятиями. Предлагается рациональный подход к систематизации функционирования предприятия, который будет способствовать достижению двух основных целей: обеспечению производства и увеличению прибыли. Рассматриваются взаимосвязи объемов производства и закупки необходимых компонентов. Отличительной особенностью данной модели является то, что она учитывает как затраты на приобретение компонентов, так и выручку от реализации продукции. Модель предполагает тесную взаимосвязь между возможностями поставщиков предприятия и его потребностями. В данной модели основное внимание уделяется гарантированию надежности, своевременности и объему поставок компонентов, которые должны быть зафиксированы в контрактах. Принимаем во внимание наличие кредиторской задолженности, что непосредственно оказывает влияние на объем средств, которые выделяются для закупок. Модель принимает во внимание доступность запасов компонентов на момент их приобретения. Одним из значимых преимуществ данной модели является эффективное управление запасами и компонентами и оптимизация их уровня. Модель может помочь снизить потребность в оборотных средствах, используя логистическую стратегию, которая основывается на доступных оборотных средствах, привлечении активов предприятия в виде долговых обязательств и их использование для своевременного приобретения необходимых компонентов в нужном объеме. Такая стратегия обеспечивает финансовую стабильность и безопасность предприятия, помогая справиться с экономическими вызовами и рисками, повышает его рентабельность, что в свою очередь ведет к увеличению доходов.

Эффективность производственных процессов важна для экономической безопасности, однако особенно важным аспектом нужно обозначить установление партнерских взаимоотношений с поставщиками необходимых ресурсов и информации. Сотрудничество с партнерами является ключевым фактором для обеспечения долгосрочной стабильности и успеха предприятия [3]. Взаимодействие на основе взаимных выгод позволяет обеим сторонам достигать стабильности и успеха в своей деятельности. Предприятие и его партнеры стремятся к взаимному процветанию, используя свои ресурсы, опыт и знания, что является важным фактором для достижения экономической безопасности, поскольку позволяет им совместно решать возникающие задачи, обмениваться ресурсами и информацией, а также снижать риски. Из чего следует, что выстраивание логистической структуры, которая обеспечивает эффективность и безопасность деятельности предприятия, остается одной из ключевых задач [9; 11].

Для обеспечения эффективности организационной структуры предприятия, учитывая ее логистические аспекты, необходимо соблюдать набор требований:

1. Для обеспечения исполнения договоренностей на поставку в согласованные сроки и сплоченному взаимодействию всех единиц предприятия, необходимо обеспечить эффективное установление и оптимизацию процессов совместной работы для продуктивного планирования, управления и координации производственных операций и всего логистического цикла, включая поставку, хранение и доставку продукции. Это предполагает согласованную деятельность обеих систем и оптимальное использование имеющихся ресурсов.
2. Для достижения баланса между непрерывностью производства и эффективным использованием мощностей предприятия, необходимо учитывать сроки исполнения обязательств на поставку продукции. В таком случае компромисс может быть достигнут путем оптимального планирования производственных операций, чтобы обеспечить постоянство функционирования базисных бизнес-процессов, минимизировать простои и снизить риски недостатка или перерасхода мощностей. Это позволит предприятию эффективно использовать свои ресурсы и одновременно выполнять контракты в срок.
3. Для гарантированной точности и надежности планирования реализации целевых ориентиров предприятия, включающих в себя договоренности на поставку номенклатуры, требуется согласование временных рамок и масштабов поставки с учетом возможностей предприятия, его производственных мощностей и структуры производственной программы. Важно достичь соответствия между контрактами и возможностями предприятия, чтобы обеспечить эффективное выполнение производственной программы и соблюдение всех согласованных условий. При составлении плана выполнения производственной программы в отдельные периоды сталкиваются с:
  - недостатком производственных ресурсов, таких как рабочая сила и оборудование, что ограничивает возможности предприятия в выполнении производственной программы;
  - производственные мощности могут быть простаивающими из-за недостатка рабочей силы или оборудования, что в свою очередь может вызывать задержки в выполнении производственной программы. Когда некоторые ресурсы оказываются недостаточными, это может привести к простоям в других звеньях технологической цепочки, которые следуют за ними;
  - изменения в приоритетах заказов могут приводить к задержкам и срывам в выполнении работ по остальным контрактам;
  - необходимые компоненты для выполнения производственной программы поступают слишком рано, это приводит к неэффективному использованию оборотных средств и созданию излишних запасов;
  - не своевременный заказ компонентов приво-

дит к их дефициту и невозможности выполнения программы.

Вышесказанное может привести к следующим последствиям:

- некорректное управление запасами может привести к неэффективности, когда запасы становятся избыточными, но при этом все равно возникает дефицит некоторых критически важных компонентов в определенном периоде. Избыточный запас компонентов требует значительных затрат на их обслуживание, в то время как их нехватка вызывает проблемы с графиками производства и срывы планов;
- из-за некорректно составленного календарного планирования появляется недостаточный уровень эксплуатации оборудования, возникающий в следствие скачков между производством разных типов продукции, приостановлением работ, появление ограничений в ходе производства, выхода оборудования из строя и падение спроса на конкретную выпускаемую продукцию. В результате оборудование работает менее эффективно и не используется на полную мощность, что может приводить к потерям и ухудшению общей производительности предприятия;
- изменение технологических маршрутов путем замены постоянных последовательностей операций на специально подобранные варианты, которые обходят узкие места может привести к отклонениям от стандартной технологии производства. Это в свою очередь может привести к увеличению объема наладочных работ, недостатку необходимой технологической оснастки и снижению эффективности производства.

Недостаточная приспособляемость в планировании операций производства и логистики может привести к:

- постоянному недостатку ресурсов и необходимых компонентов для основных бизнес-процессов, после этого возникают трудности с недостаточной загрузкой или избытком компонентов в других бизнес-процессах. Это при-

водит к нестабильности в производственном процессе, задержкам в поставках и неэффективному использованию ресурсов;

- ситуациям, когда структура производственной программы не соответствует структуре производственных мощностей в каждом плановом периоде, в следствие чего возникают "узкие" места. Это означает, что определенные компоненты или производственные ресурсы не соответствуют требованиям производственной программы, что приводит к трудностям в выполнении плана производства и задержкам.

Постоянно меняющаяся обстановка на рынках, где действует предприятие, провоцирует необходимость в создании и поддержании продуктивной логистической структуры. Эта актуальность не исчезает со временем. В связи с постоянными изменениями на рынке предприятия вынуждены совершенствовать свою продуктовую линейку. Это может включать отказ от некоторых продуктов, улучшение уже существующих и введение на рынок новых продуктов. Такие изменения приводят к замене поставщиков, а также структуры и объема поставляемых компонентов, включая материалы и комплектующие изделия. Более того, данные изменения могут оказать влияние на затратноёмкость капитала, энергозатраты, трудоёмкость и расходы на материалы в производстве продукции. В результате этого появляется непрерывная потребность в организации поставок, которая включает в себя:

- дифференциацию поставщиков, которые поставляют нужные компоненты на производство;
- при учете возможностей предприятия необходимо планировать объемы поставок на каждый период.

В каждом плановом периоде ограничения стоимости поставляемых компонентов влияют на возможности предприятия. Это влияет как на себестоимость продукции, так и на доступные ресурсы, которые могут быть предоставлены в соответствии с выручкой предприятия и координацией этих средств с учетом различных

обязательств. Поэтому в каждом периоде существует ограничение на количество компонентов, которые можно закупить. Необходимо также учитывать, что доход, полученный от продажи продукции в предыдущем цикле, используется для покрытия текущих расходов и осуществления закупок конкретных компонентов для производства продукции в следующем периоде.

Структурирование управленческих решений в зависимости от временных периодов:

#### Период $t - 1$

- Разработка планы для объемов производства продукции и закупок компонентов, которые требуются на  $t + 1$ .
- Реализация продукции, которая была произведена в  $t - 2$ .
- Получение выручки от реализации продукции, выпущенной в  $t - 3$ .
- Обеспечение финансирования производства в  $t - 1$ .
- Приобретение необходимых компонентов для производства продукции в текущем периоде  $t$ .

#### Период $t$

- Составление плана по объемам производства продукции и закупкам компонентов, которые требуются для  $t + 2$ .
- Реализация продукции, которая была произведена в  $t - 1$ .
- Получение выручки от реализации продукции, выпущенной в  $t - 2$ .
- Обеспечение финансирования производства в  $t$ .
- Приобретение необходимых компонентов для производства продукции в  $t + 1$ .

#### Период $t + 1$

- Составление плана по объемам производства продукции и закупкам компонентов, которые требуются для  $t + 3$ .
- Реализация продукции, которая была произведена  $t$ .
- Получение выручки от реализации продукции, выпущенной в  $t - 1$ .

- Обеспечение финансирования производства в  $t + 1$ .
- Приобретение необходимых компонентов для производства продукции в  $t + 2$ .

Таким образом, в процессе финансирования производственного процесса неизбежно возникает временная задержка, на которую следует обратить внимание. Учитывая изменения в количестве производства, в том числе сдерживание в количестве поставок для производства и прочие факторы, следует вывод, что сумма средств, выделяемых на приобретение необходимых компонентов, может заметно меняться. Из-за обширной номенклатуры поставляемых единиц, их производство осуществляется путем формирования партий. При производстве каждого компонента требуется производить перенастройку оборудования. В следствие этого предприятие вынуждено заказывать больший объем компонентов, чем необходимо для текущей модели производства.

То есть, между предприятием и его партнерами-поставщиками возникают различные ограничения на пути взаимодействия, а также существуют противоречивые экономические интересы. В заданных условиях руководство предприятием и способствование его экономической безопасности представляется важной задачей. Один из методов, который доказал свою эффективность в данной области, – это экономико-математическое моделирование.

Анализ, проведенный в данном случае, позволяет прийти к выводу о важности создания концептуальной модели, которая бы отражала взаимодействие предприятия с поставщиками и учитывала все зависимости, указанные ранее.

Основой для построения модели взаимодействия предприятия с поставщиками являются несколько гипотез. Рассмотрим каждую из них.

1. Первая гипотеза заключается в том, что функционирование предприятия может быть представлено в виде системы периодов, в которых осуществляются следующие циклические процессы:

Определение плановых объемов производства;

Продажа продукции, которая была произведена;

Получение прибыли от реализации продукции;

Осуществление финансирования процесса производства продукции;

Закупка необходимых компонентов для производства продукции.

2. На производстве в полной мере реализовано место для хранения всех закупленных компонентов, необходимых для производства.
3. Поставки компонентов могут происходить периодически с варьирующимися объемами, устанавливаемыми поставщиком.
4. Каждый вид продукции требует отдельной закупки своих компонентов. Таким образом, повторяющиеся номенклатуры для различных продуктов изготавливаются внутри самого предприятия.
5. Стоимость отдельной единицы каждого компонента, не зависит от размеров его поставки.

Будем считать, что у нас есть три группы множеств:

$V$  – ассортимент продукции, выпускаемый предприятием;

$D$  – разнообразие компонентов, требующихся для производства;

$Q$  – партнеры, осуществляющие поставки требующихся компонентов.

У каждого партнера есть своя сфера специализации в поставке определенного набора компонентов, необходимых для производства продукции  $D_q \in D$ . Для каждой компоненты  $\forall d_q \in D_q$  определены:

$m_{d,q}$  – множество компонентов в партии;

$s_{d,q}$  – стоимость за единицу;

$k_{d,q}^{\min}, k_{d,q}^{\max}$  – минимальное и максимальное значение партий, которые поставляет партнер  $q$ .

Минимальное количество партий изделий определяется с учетом экономической эффективности производства, в то время как максимальное количество определяется в связи с удержанием отношений со всеми предприятиями, которые заказывают необходимые компоненты;

$v_{d,q}$  – исправность поставки компонентов в соответствии с установленными сроками и объемами ( $0 < v_{d,q} \ll 1$ ). Гарантированность доставки компонентов в оговоренные сроки зависит не только от способностей партнера по производству и поставке в соответствии с контрактом, но и от возможностей своевременной транспортировки.

В качестве модели будем использовать переменную  $x_{i,d,q}$ , обозначающую количество партий компонентов  $d \in D$ , которые поставляются партнерами  $q \in Q$  для продукции  $i \in I$ .

В пределах данной модели предполагается, что у предприятия отсутствует ограничение по оборотным средствам для планового периода и объемам закупок компонентов. В случае недостатка средств в настоящий момент, а помимо ожидаемой поступающей части выручки, соответствующей платежному календарю, предприятие может воспользоваться кредитной линией для закупки компонентов, запланированных на основе прогнозируемых объемов производства в будущем периоде. Стоимость денежных средств  $com_{i,d,q}$  зависит от эффективности производства и ставки кредита  $int$ . Вместо того чтобы брать кредитные средства, можно воспользоваться отсрочкой платежа перед поставщиками. Это означает, что у нас возникает задолженность перед поставщиками, которую мы должны будем погасить в будущих периодах. В рамках модели рисков, можно рассматривать стоимость этой кредиторской задолженности как эквивалентную стоимости кредита. Нужно отметить, что даже собственные денежные средства предприятия имеют свою стоимость. Оценка их стоимости на основе банковского финансирования считается пессимистической оценкой стоимости собственного капитала.

$com_{i,d,q} = \int (1 - p_{d,q}) c_{d,q} n_{d,q} x_{i,d,q} * trn_{i,d,q}$ , где  $trn$  – как быстро товар продается (в днях).

Каждый отдельный продукт  $\forall i \in I$  обозначается вектором  $a_i = \{a_{i,d}\}$ , где  $a_{i,d}$  – нужное множество компонентов  $d \in D$  (для производства продукции  $i \in I$ ). А для каждой продукции  $\forall i \in I$  указан запланированный объем производства  $d_i$ .

По каждой продукции  $\forall i \in I$  для каждой компоненты  $d_i$  установлена начальная величина запасов на начало заданного периода  $n_{i,d} \geq 0$ .

Таким образом, задача состоит в определении набора возможных значений  $\{x_{i,d,q}\}$ , необходимо найти такое множество значений, при котором достигается максимальная разница в стоимости партии  $Pr_i$ , требуется учесть затраты на приобретение компонентов, необходимых для производства запланированного объема продукции, а также учесть стоимость использования кредитных средств. Важно учесть надежность поставок компонентов при определении оптимального решения, то есть

$$F = \sum_{i \in I} (Pr_i - \sum_{d \in D} \sum_{q \in Q} (v_{d,q} s_{d,q} m_{d,q} x_{i,d,q} - com_{i,d,q})) \rightarrow \max. \quad (1)$$

Требуется максимизировать данную функцию при соблюдении следующих условий:

- необходимо обеспечить, чтобы объем закупок компонентов у каждого партнера находился в заданном диапазоне

$$f_{d,q}^{\min} \leq x_{i,d,q} \leq f_{d,q}^{\max} \text{ для } \forall i \in I, \forall d \in D, \forall q \in Q. \quad (2)$$

- необходимо, чтобы закупки компонентов обеспечивали производство запланированного объема выпуска для каждого продукта

$$\frac{1}{a_{i,d}} \left( n_{i,d} + \sum_{q \in Q} m_{i,d} x_{i,d,q} \right) \geq j_i \text{ для } \forall i \in I \forall d \in D. \quad (3)$$

С помощью данной модели можно определить

- наиболее выгодные объемы закупок, варьируя их в зависимости от различных вариантов планируемого объема производства продукции:
- состав поставщиков и объемы закупок могут изменяться в зависимости от изменения таких параметров, как цена за единицу товара ( $s_{d,q}$ ), которая зависит от количества поставок или от ограничения поставляемых партий ( $f_{d,q}^{\min}, f_{d,q}^{\max}$ );
- уровень запасов может изменяться в зависимости от изменения параметров надежности поставок ( $v_{d,q}$ );
- ценой оборотного капитала ( $com_{i,d,q}$ ).

Таким образом, предлагаемая модель позволяет оценить влияние различных вариантов решений на производственные процессы, особенно в контексте обеспечения компонентами.

Первое ограничение учитывает возможность формирования запасов в случае, если поставки компонентов не будут выполнены в установленные сроки или в нужном количестве. Уровень запасов в таком случае составляет:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} (1 - p_{j,s}) c_{j,s} n_{j,s} x_{i,j,s}. \quad (4)$$

Запасы могут формироваться в предвидении планового увеличения производства определенных продуктов. Формирование запасов также может быть спровоцировано сезонными колебаниями в спросе на продукцию.

Второе ограничение дает возможность изменять состав поставщиков и объемы закупаемых компонентов у каждого из них. Путем изменения границ можно определить оптимальный вариант, в котором используются несколько поставщиков для конкретного компонента, что позволяет снизить зависимость от стратегий и действий конкретного партнера.

Третье ограничение непосредственно связано с планами производства на определенные объемы продукции и способствует согласованию планирования производства с обеспечением соответствующими ресурсами.

Предложенная модель относится к классу задач линейного программирования, имеет широкий спектр применения в различных областях и секторах, где требуется оптимизация ресурсов и принятие эффективных решений. Она направлена на оценку надежности логистической системы предприятия и связанных с ней рисков, которые связаны, прежде всего, с объемами и своевременностью поставок компонентов, необходимых для производства. В процессе практического применения модели оценивается выбор состава поставщиков и различные варианты объемов поставок учитывают анализ и оценку надежности с целью определения оптимального сценария.

В данной модели особое внимание уделяется обеспечению надежности, объема и своевременности поставок, которые являются ключевыми факторами, оговоренными в контрактах на поставку. Также учитывается стоимость оборотных средств, которые выделяются на приобретение необходимых компонентов.

При использовании данной модели также учитывается потенциал для сокращения оборотного капитала через разработку оправданной логистической стратегии, которая опирается на доступные оборотные средства и их эффективное использование для своевременного поступления компонентов. Эффективное использование оборотных средств способствует повышению прибыльности предприятия и, как следствие, увеличению доходов его собственника.

Полифункциональность модели позволяет изучать и анализировать различные варианты логистической и производственной стратегии предприятия, учитывая вариативность сценариев. В рамках этих сценариев предусматривается гибкость для изменения ассортимента продукции, объемов производства, стоимость компонентов, а также выбора поставщиков в зависимости от ценовой политики и финансовых обязательств перед кредиторами.

Ограничение на расходы, выделяемые из выручки на обеспечение необходимыми компо-

нентами, играет важную роль в обеспечении выполнения ключевых обязательств предприятия, таких как выплаты заработной платы, погашение кредиторской задолженности, уплата налоговых обязательств и обеспечение доходов владельца. Подразумевается, что предприятие в состоянии обеспечить достаточные объемы производства востребованных продуктов для выполнения предписанных обязательств.

Ключевым фактором для выполнения указанных обязательств предприятия и обеспечения его экономической безопасности является своевременное поступление необходимых компонентов для запланированного производства продукции. Конкретная модель является ценным инструментом для менеджеров, который помогает не только разработать и обосновать логистическую политику предприятия, но и оценить эффективность выбранной стратегии продуктового портфеля. Модель позволяет анализировать и оптимизировать различные аспекты логистики и производства, а также оценивать соответствие продукции требованиям рынка и выявлять возможности для улучшения продуктового портфеля компании [10].

Использование предлагаемой логистической экономико-математической модели позволяет организовать управленческие цели, связанные с обеспечением своевременного поступления необходимых компонентов для производственного процесса. Одна из ключевых и оригинальных особенностей данной модели заключается в ее способности учитывать ограниченность доступных финансовых ресурсов, выделяемых для достижения целевых ориентиров. Эта особенность отличает ее от многих других предлагаемых моделей в логистике и управлении. Путем интеграции экономических и математических аспектов модель позволяет менеджерам более реалистично планировать и оптимизировать распределение ресурсов, основываясь на ограничениях, связанных с финансовыми ограничениями. Это обеспечивает более эффективное и устойчивое управление и позволяет достичь сбалансированного использования финансовых

ресурсов и достижения поставленных целей предприятия [1; 4].

Логистика описывается как систематический процесс управления потоками материальных, информационных и финансовых ресурсов в сферах производства и сбыта. Некоторые исследователи упоминают давно существующие экономико-математические модели в своих работах, но не всегда уточняют их конкретное применение и использование [2; 4; 6; 7]. Часто в случае изучения логистики обращаются к известным формулам управления запасами, которые являются отправной точкой в анализе логистических процессов [5; 10].

Для достижения более высокой эффективности деятельности предприятия особое внимание стоит уделить созданию систематического, непрерывного и планомерного взаимодействия между производством и логистикой на протяжении всех циклов и периодов. Такой подход обеспечивает предприятию возможность свое-

временно выполнять контракты на поставку продукции и эффективно сокращать издержки до минимума.

Расширенный подход к логистическим процессам способствует возрастающей популярности оптимизационных моделей управления запасами. Особое внимание уделяется методам принятия решений в условиях неопределенности из области теории принятия решений. В результате возникает потребность в формализации сценарного подхода, который может быть представлен в виде дерева целей. В данном случае, оптимизация заключается в идентификации оптимальных параметров, которые способствуют достижению максимального экономического результата в итоге. Предлагаемая модель не ограничивается только указанными факторами, а также учитывает возможности предприятия по реализации своей производственной программы с учетом логистических аспектов. Данная особенность модели выделяет ее среди уже имеющихся.

#### Библиографический список

1. *Tixier D. Mathe Hervé* La logistique. – Presses Universitaires de France, 2005. – 127 с.
2. *Бауэрсокс Д. Дж.* Логистика: интегрированная цепочка поставок. – М. : Омега-Бизнес, 2001. – 674 с.
3. *Бродецкий Г. Л., Гусев Д. А.* Экономико-математические методы и модели в логистике: процедуры оптимизации. – М. : Академия, 2012. – 288 с.
4. *Бьюкен Д., Кенигсберг Э.* Управление научными запасами. – М. : Наука, 1967. – 423 с.
5. *Гатторна Дж., Огулин Р., Рейнольдс М. В.* Справочник по управлению цепочками поставок. – Gower Publishing, 2003. – 692 с.
6. *Ламберт Д. М., Сток Дж. Р.* Стратегический логистический менеджмент. – 3-е изд. – Чикаго : 862, 1993.
7. *Линдер М. Г., Фирон Г. Э.* Управление поставками и запасами. Логистика. – СПб : Полигон, 1999. – 768 с.
8. *Лукинский В. С., Лукинский В. В., Плетнев Н. Г.* Логистика и управление цепочками поставок : учебник и практикум для академического бакалавриата. – М. : Юрайт, 2016. – 359 с.
9. *Ремко ван Гок, Харрисон А.* Управление логистикой и стратегия Конкуренция в цепочке поставок. – Дело и сервис, 2010. – 368 с. – ISBN 978-5-8018-0469-9.
10. *Уотерс Д.* Логистика: введение в управление цепочками поставок. – Нью-Йорк : Palgrave Macmillan, 2003. – 354 с.
11. *Шрайбфедер Дж.* Достижение эффективного управления запасами. – 2008. – 304 с. – ISBN 5-9614-0246-0.