

Моделирование оптимальной стратегии потребительского кредитования банка

© 2015 Гераськин Михаил Иванович

доктор экономических наук, профессор,
заведующий кафедрой математических методов в экономике

© 2015 Манахов Владимир Валерьевич

Самарский государственный аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)
443086, г. Самара, Московское шоссе, д. 34
E-mail: innovation@ssau.ru, vmanakhov@yandex.ru

Рассмотрена проблема оптимизации стратегий банков в условиях монополистической конкуренции при розничном потребительском кредитовании приобретения непродовольственных товаров. Разработана модель оптимизации, и получен оптимальный механизм объемного планирования кредитного портфеля. Проведено моделирование оптимального механизма на примере ведущего банка розничного кредитования России.

Ключевые слова: банк, потребительский кредит, заемщик, монополистическая конкуренция, прибыль, модель оптимизации, оптимальный механизм.

Введение

Динамичное развитие банковского сектора экономики России в первые десятилетия XX в., объем которого по показателю кредитного портфеля банков возрос за 2002-2015 гг. в 33,5 раза (с 1558,2 млрд руб. до 52 116 млрд руб.)¹, сопровождалось сокращением количества действующих банков с 1319 в 2002 г. до 783 в 2015 г. Это предопределило устойчивую тенденцию повышения концентрации банковского бизнеса, еще более заметную в секторе потребительского кредитования физических лиц, рынок которого за соответствующий период расширился в 122 раза (с 93,3 млрд руб. до 11 330 млрд руб.). Концентрация кредитного рынка, оцененная по индексу Херфиндаля - Хиршмана², возросла с 0,108 в 2002 г. до 0,144 в 2015 г., поэтому рынок приближается к высококонцентрированному (граничный уровень которого 0,18), что предопределяет плавное смещение модели рынка от конкурентных отношений к рыночной структуре монополистической конкуренции.

Аналитики Банка России³ отмечают, что потребительское кредитование является одним из наиболее конкурентных сегментов рынка банковских услуг, поскольку в 2015 г. (по сравнению с 2014 г.) доля кредитов физическим лицам в общем объеме кредитов, выданных банками РФ, возросла с 53 % до 57,4 % по банкам, контролируемым государством, но сократилась с 17,2 % до 15,2 % по банкам с участием иностранного капитала и с 26,1 % до 24,1 % по крупным частным банкам; у региональных малых и средних

банков эта доля пренебрежимо мала (1,6 % в 2015 г.). Также отмечается⁴ устойчивая зависимость темпов роста страхового рынка от интеграции с банковским сектором, поскольку тенденции наращивания собранных премий по страховым полисам, связанным с потребительскими кредитами, тесно коррелируют с динамикой последних. Вознаграждения, выплачиваемые страховщиками в пользу банков, остаются достаточно весомыми в страховой премии рынка, хотя и сократились до 61 млрд руб. в 2014 г. по сравнению с 66 млрд руб. в 2013 г.; соответственно, доля вознаграждения банкам-посредникам в общей страховой премии сократилась относительно 2013 г. с 7,3 % до 6,2 %.

На рынке монополистической конкуренции малые относительно объема рынка банки (агенты) предлагают практически унифицированные кредитные продукты, дифференцированные по бренду, ассоциированному в основном с надежностью банка, и несущественным условиям кредитных договоров. Атомизированный рынок при незначительной дифференциации продукта приводит к ситуации, когда совокупный рыночный спрос на обобщенный продукт, удовлетворяющий усредненную потребность заемщика в финансовых ресурсах, распадается на множество малых рыночных сегментов, в которых преобладает ценовая конкуренция. В этом случае экономический агент, максимизирующий прибыль, достигает оптимума кредитного портфеля в некоторой точке убывающей кривой сегментного спроса⁵. Перераспределение сегментов вследствие

диверсификации кредитных продуктов приводит к появлению в том или ином сегменте новых конкурентов, что вызывает дальнейшее сокращение сегментного спроса и, в итоге, потери прибыли всех агентов. В связи с этим оптимизация ассортимента кредитных продуктов, обеспечивающая запасы финансовой прочности при возможных потерях прибыльности, актуальна на современном этапе развития розничного кредитования.

Теоретические исследования оптимальных инструментов кредитования проводились в рамках модели выравнивания эффективности операций коммерческого банка и его клиентов на финансовом рынке⁶, модели управления результатами взаимодействия предпринимателей-заемщиков с банками на потребительских рынках⁷, модели “риск - доходность” коммерческих банков⁸, модели депозитно-кредитного взаимодействия в банковской системе с учетом рисков⁹, модели кредитования с учетом взаимозависимости банка и заемщика¹⁰. Разработка стратегий агентов исследовалась на основе методологии многокритериального управления неиерархическими системами¹¹, с использованием механизмов управления в поликомпонентных системах при нескольких критериях эффективности¹², на основе моделей реструктуризации и формирования экономических механизмов взаимодействия с предприятиями различных отраслей экономики¹³. Однако для убывающих нелинейных трендов процентных ставок, присущих рынку монополистической конкуренции, не были разработаны аналитические механизмы оптимизации прибыли агентов рынка, что для современного состояния кредитного рынка является важной научной проблемой.

Разработка оптимизационной модели банка

Рассмотрим банк, в структуре кредитного портфеля которого преобладающую роль играет потребительское кредитование заемщиков на приобретение товаров длительного пользования. В этом случае банк развивает институциональную интеграцию с сетевыми организациями розничной торговли (ритейлерами), реализующими населению дорогостоящие товары длительного пользования, а также со страховщиками, заинтересованными в сбыте страховых продуктов. При интеграции агенты преследуют цели расширения платежеспособного спроса как на товары ритейлера, так и на кредитные продукты банка и полисы страховщика. Издержки интеграции могут возникать и у той, и у другой стороны в виде комиссий, получаемых (уплачиваемых) агентами за оказание посреднических услуг.

Предположим, что, во-первых, рассматриваются только кредиты на приобретение това-

ров, выданные банком при посредничестве ассоциированного ритейлера; во-вторых, все выданные банком кредиты подлежат страхованию у ассоциированного страховщика.

Прибыль (операционный доход) банка представляет собой превышение потока погашения кредитов Y , комиссий, полученных от ритейлера (комиссии по низкодоходным кредитам W , вознаграждения за перевыполнение плана H) и страховщика K , над расходами в виде перечислений ритейлеру за проданные в кредит товары R_α , арендной платы за размещение представителей банка в точках продаж ритейлера L , постоянных издержек банка C_f и издержек банка на пассивные операции по привлечению капитала C : $\pi = Y + W + H + K - R_\alpha - L - C - C_f$.

Запишем выражения компонентов прибыли банка, рассмотрев вначале комиссии институциональной интеграции:

$$W = (1 - v)p_j Q_j \alpha_j w_j,$$

$$H = h(1 - v) \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j,$$

$$L = l(1 - v) \sum_{j=1}^J p_j \alpha_j Q_j,$$

$$K = \omega \sum_{j=1}^J Q_j s_j \tau_j,$$

где p_j, Q_j - рыночная цена и объем продаж товаров j -го типа, реализуемых ритейлером;

α_j - коэффициент использования кредитного механизма стимулирования спроса, выражающий долю кредитов в товарообороте ритейлера;

v - доля первоначального взноса по кредиту от цены продажи товара;

l - ставка арендного платежа за размещение представителей банка в точках продаж ритейлера в виде доли от объема оформленных кредитов;

w_j - комиссия, взимаемая банком с ритейлера по низкодоходным кредитам j -го вида, в виде доли от объема оформленных кредитов;

h - доля (от объема выданных кредитов) вознаграждения ритейлера банку за перевыполнение плана по товарообороту;

s_j - тариф страхования кредита j -го типа;

$\tau_j \in [1, T]$ - период погашения кредита (в месяцах) j -го типа;

ω - ставка комиссии, уплачиваемой страховщиком банку, в долях от объема собранных страховых премий. Платежи ритейлеру за проданные заемщику товары равны

$$R_\alpha = (1 - v) \sum_{j=1}^J p_j \alpha_j Q_j,$$

а прямые издержки банка определяются по формуле

$$C = (1-v)c \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j,$$

где c - издержки банка на привлечение финансовых ресурсов в расчете на денежную единицу выданных кредитов (предельные издержки).

Подставив формулы компонентов операционного дохода, запишем выражение прибыли банка:

$$\begin{aligned} \pi = & Y + (1-v)w \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j + (1-v)h \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j + \\ & + (1-v) \frac{\omega}{12} \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j s_j \tau_j - \\ & - 12 \frac{(1-v)}{\tau_j} \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j - (1-v)l \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j - \\ & - (1-v) \sum_{j=1}^J c_j p_j Q_j \alpha_j. \end{aligned} \quad (1)$$

Рассмотрим поток погашения кредита Y , определим его по модели аннуитетного платежа, месячный компонент которого рассчитывается по формуле¹⁴

$$y_j = (1-v)p_j Q_j \alpha_j \left(i + \frac{i}{(1+i)^{\tau_j} - 1} \right), j = 1, \dots, J, \quad (2)$$

где $(1-v)p_j Q_j \alpha_j$ - объем кредита;

i - процентная ставка (в месяц) по кредиту.

Определим среднегодовой дисконтированный поток погашения кредитов, введя среднегодовое значение коэффициента дисконтирования

$$\Sigma_d = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+d)^t},$$

по формуле

$$\begin{aligned} Y = & \sum_{t=1}^T \frac{\left(i + \frac{i}{(1+i)^{\tau_j} - 1} \right) (1-v) \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j \tau_j}{(1+d)^{t-1}} = \\ = & \frac{12}{T} (1-v) \Sigma_d k_y \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j \tau_j, \end{aligned} \quad (3)$$

где T - максимальный срок товарных кредитов (в годах);

Σ_d - среднегодовой коэффициент дисконтирования;

d - ставка дисконтирования;

k_y - коэффициент аннуитетного платежа, равный

$$k_y = i + \frac{i}{(1+i)^{\tau_j} - 1}. \quad (4)$$

Подставив выражение потока (3) в (1) с учетом (4), получим:

$$\begin{aligned} \pi = & (1-v) \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j \left(\tau_j \Sigma_d k_y + w + h + \frac{\omega s_j \tau_j}{12} - \right. \\ & \left. - \frac{12}{\tau_j} - l - c_j \right) - C_f. \end{aligned} \quad (5)$$

Введем обозначение Q для объема потребительского кредитования банка

$$Q = (1-v) \sum_{j=1}^J p_j Q_j \alpha_j. \quad (6)$$

Сформулируем задачу оптимизации портфеля кредитов в следующем виде: определить вектор объемов кредитования $Q = \{Q_j, j = 1, \dots, J\}$ из условия

$$\max \pi(Q) \quad (7)$$

при условии неотрицательности маржинальной прибыли из (5)

$$\sum_{j=1}^J Q_j \left(\tau_j \Sigma_d k_y + w + h + \frac{\omega s_j \tau_j}{12} - \frac{12}{\tau_j} - l - c_j \right) \geq 0, \quad (8)$$

которое по отдельным видам кредитов имеет вид

$$\tau_j \Sigma_d k_y + w + h + \frac{\omega s_j \tau_j}{12} \geq \frac{12}{\tau_j} + l + c_j, j = 1, \dots, J, \quad (9)$$

а также при институциональных ограничениях

$$0 < w_{min} \leq w \leq w_{max} < 1, \quad 0 < l_{min} \leq l \leq l_{max} < 1,$$

$$0 < h_{min} \leq h \leq h_{max} < 1,$$

$$0 < v_{min} \leq v \leq v_{max} < 1, \quad 0 < \omega_{min} \leq \omega \leq \omega_{max} < 1, \quad (10)$$

где граничные значения обозначены индексами "min", "max" и устанавливаются исходя из неотрицательности маржинальной прибыли всех агентов интегрированной системы.

Предположим, что зависимость процентной ставки от объема кредитов выражается степенной функцией

$$i = A Q^B, \quad A > 0, B < 0, |B| < 1, \quad (11)$$

где i - процентная ставка (в месяц) по кредиту;

A, B - коэффициенты регрессии процентной ставки.

Подставив (6) в (5), получим:

$$\pi = \sum_{j=1}^J Q_j \left(\tau_j \Sigma_d k_y(i(Q_j)) + w + h + \frac{\omega s_j \tau_j}{12} - \frac{12}{\tau_j} - l - c_j \right) - C_f. \quad (12)$$

Введем в данное выражение институциональные параметры системы взаимодействий банка с ритейлером и страховщиком, определив их в следующем виде:

$$u_1 = w + h - l, u_2 = 1 - \omega, u_3 = 1 - v,$$

где u_1 - комиссия, получаемая банком ($u_1 > 0$) или ритейлером ($u_1 < 0$) за вовлечение контрагента в бизнес-процесс расширения товарооборота в долях от объема оформленных кредитов;

u_2 - доля страховой премии, остающейся страховщику после расчетов с банком;

u_3 - доля кредита от цены товара.

Преобразовав (12) с учетом вышеизложенного, получим выражение прибыли банка:

$$\pi = \sum_{j=1}^J Q_j \left(\tau_j \Sigma_d k_y(i(Q_j)) + u_1 + \frac{(1-u_2)s_j \tau_j}{12} - \frac{12}{\tau_j} - c_j \right) - C_f, \quad (13)$$

где коэффициент аннуитетного платежа представлен в зависимости от процентной ставки (11) и объема кредитования (6).

Предположим, что экономика находится в условиях низкой инфляции, поэтому процентная ставка по кредитам относительно мала ($i \ll 1$). С учетом сказанного преобразуем формулу коэффициента аннуитета (4), принимая первый член разложения бинома в степенной ряд, сходящийся (поскольку $i \ll 1$), а второй член заменим по среднему значению процентной ставки \bar{i} :

$$\begin{aligned} \tilde{k}_y &= i + \frac{i}{(1+i)^{\tau_j} - 1} = i + \frac{i}{\tau_j i + \frac{\tau_j(\tau_j-1)}{2!} i^2 + \dots} \approx i + \\ &+ \frac{i}{\tau_j i \left(1 + \frac{\tau_j-1}{2} \bar{i} \right)} = i + \frac{1}{\tau_j \bar{i}}, \end{aligned} \quad (14)$$

где введено обозначение $\bar{i} = 1 + \frac{\tau_j-1}{2} \bar{i}$, а среднее значение процентной ставки \bar{i} выразим как средневзвешенный показатель реальных наблюдаемых в некоторый ретроспективный период T_p значений i_t , $t \in [1, T_p]$:

$$\bar{i} = \frac{1}{T_p} \sum_{t=1}^{T_p} i_t. \quad (15)$$

Приближенная формула (14) имеет некоторую погрешность сравнительно с формулой (4), которую оценим при моделировании.

Производная k'_{yQ_j} имеет вид

$$k'_{yQ_j}(Q) = k'_{yi} i'_{Q_j}. \quad (16)$$

Для определения производной k'_{yi} также применим разложение бинома в ряд, однако для повышения точности учтем второй член, а третий член оценим по среднему значению процентной ставки \bar{i} :

$$\begin{aligned} \tilde{k}'_{yi} &= \left(i + \frac{i}{\tau_j i + \frac{\tau_j(\tau_j-1)}{2!} i^2 + \frac{\tau_j(\tau_j-1)(\tau_j-2)}{3!} i^3 \dots} \right)' \approx \\ &\approx 1 - \frac{\frac{\tau_j(\tau_j-1)}{2} i + \frac{\tau_j(\tau_j-1)(\tau_j-2)}{3} i}{\left(\tau_j + \frac{\tau_j(\tau_j-1)}{2} i + \frac{\tau_j(\tau_j-1)(\tau_j-2)}{3!} i^2 \right)^2} = \\ &= 1 - \frac{\tau_j(\tau_j-1) \left(\frac{1}{2} + \frac{\tau_j-2}{3} i \right)}{\tau_j^2 \left(1 + \frac{\tau_j-1}{2} i + \frac{(\tau_j-1)(\tau_j-2)}{3!} i^2 \right)^2} \approx \\ &\approx 1 - (\tau_j-1) \frac{\frac{1}{2} + \frac{\tau_j-2}{3} \bar{i}}{\tau_j \left(1 + \frac{\tau_j-1}{2} \bar{i} \right)^2} = 1 - (\tau_j-1) \bar{\bar{i}}, \end{aligned} \quad (17)$$

где введено обозначение

$$\bar{\bar{i}} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\tau_j-2}{3} \bar{i}}{\tau_j \left(1 + \frac{\tau_j-1}{2} \bar{i} \right)^2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\tau_j-2}{3} \bar{i}}{\tau_j \bar{i}^2}.$$

Формула (17) также имеет определенную погрешность по сравнению с точной формулой k'_{yi} , однако, поскольку k'_{yi} более существенно сказывается на результатах оптимизации, учет третьего члена бинома существенно снижает погрешность по сравнению с (14).

Сформируем механизм планирования оптимального объема кредитования банка в форме следующего **утверждения**: при условиях $A > 0, B < 0, |B| < 1, s \ll i$ механизм

$$Q_j^* = \left[\frac{\frac{12}{\tau_j} - u_1 + c_j - \frac{(1-u_2)s_j \tau_j}{12} - \frac{\Sigma_d}{\bar{i}}}{\tau_j \Sigma_d A (B(\tau_j-1) \bar{\bar{i}} + 1)} \right]^{\frac{1}{B}}, \quad j = 1, \dots, J \quad (18)$$

максимизирует прибыль банка.

Доказательство: введем предположение о малом значении страхового тарифа сравнительно с процентной ставкой по кредитам ($s \ll i$),

которое с учетом малого значения комиссии, взимаемой банком со страховщика ($u_2 \approx 1$), приводит к тому, что влияние связи $s(Q)$ можно не учитывать, поскольку, если средний период кредитования приближен к году ($\frac{\tau_j}{12} \approx 1$), постольку компонент, учитывающий функцию $s(Q)$ в формуле прибыли (13), крайне мал $\frac{(1-u_2)\tau_j}{12} \approx 0$.

Сформулируем необходимые условия максимума прибыли (13) банка, не принимая во внимание влияния $s(Q)$ с учетом этого предположения:

$$\pi'_{Q_j} = \tau_j \Sigma_d \left(k'_{Q_j} Q_j + k_y \right) + u_1 + \frac{(1-u_2)s_j \tau_j}{12} - \frac{12}{\tau_j} - c_j = 0, \quad j = 1, \dots, J. \quad (19)$$

Подставив в (19) приближенное значение коэффициента аннуитета (14), производную k'_{yQ_j} по (16) с учетом приближенного выражения (17), а также производную $i'_{Q_j} = ABQ_j^{B-1}$, получим

$$\pi'_{Q_j} = \tau_j \Sigma_d \left((1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau}) ABQ_j^{B-1} Q_j + AQ_j^B + \frac{1}{\tau_j \bar{\tau}} \right) + u_1 + \frac{(1-u_2)s_j \tau_j}{12} - \frac{12}{\tau_j} - c_j = 0, \quad j = 1, \dots, J$$

откуда выразим Q^* в виде (18). Достаточное условие максимума имеет вид

$$\pi''_{Q_j} = \tau_j \Sigma_d \left((1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau}) AB^2 Q_j^{B-1} + ABQ_j^{B-1} \right) < 0, \quad j = 1, \dots, J$$

и при $Q_j^* > 0$, $A > 0$ преобразуется к следующему соотношению

$$(1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau})B^2 + B < 0, \quad j = 1, \dots, J. \quad (20)$$

Докажем, что, если $\tau_j > -1$, т.е. в реалистических случаях, член $(1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau}) > 0$, для чего, завышая $\bar{\tau}$ (при меньших значениях неравенство $(1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau}) > 0$ тем более выполняется), учтем в формуле $\bar{\tau}$ первый член разложения бинома в ряд $\bar{\tau} \approx \frac{1}{2\tau_j}$, тогда $1 - \frac{\tau_j - 1}{2\tau_j} > 0 \Rightarrow \tau_j > -1$. Поэтому для выполнения условия (20) необходимо, чтобы $(1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau})B_3 < 1$, а поскольку $|B_3| < 1$ и

$1 - (\tau_j - 1)\bar{\tau} \approx 1 - \frac{\tau_j - 1}{2\tau_j} < 1 \forall \tau_j \geq 1$, постольку достаточное условие максимума выполняется.

Исследуем влияние параметров системы кредитования на оптимум банка на основе механизма оптимизации (18), считая заданными институциональные параметры u_1 , u_2 , заметив, что доля кредита от цены товара u_3 не влияет на оптимум банка. Увеличение предельных издержек банка c_j вызывает сокращение оптимума Q_j^* , так как $B_3 < 0$; рост среднего срока кредитования τ_j и среднего значения коэффициента дисконтирования Σ_d , напротив, приводит к увеличению оптимума Q_j^* . Механизм (18) разработан без учета ограничения неотрицательности маржинальной прибыли (9), выполнение которого, очевидно, зависит от объема кредитования через функцию $k_y(Q)$; выполнение (9) можно проверить непосредственно по найденному на основе (18) оптимуму. Аналитическая ценность механизма (18) заключается в возможности расчета оптимальных с позиции банка объемов продаж ритейлера Q_{0j} на основе следующих соотношений. Пусть кривые спроса на товары, продаваемые интегрированным ритейлером, также описываются степенными функциями:

$$p_j = a_j Q_{0j}^{b_j}, \quad a_j > 0, b_j < 0, |b_j| < 1, \quad j = 1, \dots, J, \quad (21)$$

где a_j, b_j - коэффициенты регрессий.

Так как из (6) следует, что $Q_j = u_3 p_j a_j Q_{0j}$, то, подставив в это выражение ценовую функцию (21), получим $Q_j = u_3 a_j Q_{0j}^{b_j} a_j Q_{0j} = u_3 a_j a_j Q_{0j}^{1+b_j}$. Следовательно, оптимальный с позиции банка ассортимент ритейлера равен

$$Q_{0j}^* = \left(\frac{Q_j^*}{u_3 a_j a_j} \right)^{\frac{1}{1+b_j}}. \quad (22)$$

Анализ (22) показывает, что целями банка во взаимодействиях с ритейлером, наряду с очевидным повышением оптимума Q_j^* , являются: рост коэффициента кредитного рычага ритейлера α и доли кредита от цены реализации товара u_3 .

Моделирование оптимальной стратегии банка

Проведем моделирование стратегии банка по данным одного из ведущих банков розничного кредитования России, ООО “Хоум Кредит энд Финанс Банк”¹⁵. Основываясь на ежемесячной статистике процентных ставок и объемов потребительского кредитования за 2009-2014 гг. (72 отчетных периода), консолидированных по банковскому сектору РФ¹⁶ и с учетом рыночной доли банка на кредитном рынке, равной 13,6 % в 2009-2014 гг., сформируем регрессию (11) процентной ставки от объема кредитования алгоритмом метода наименьших квадратов в табличном процессоре Excel на основе методологии¹⁷ в виде

$$i = 2,357Q^{-0,164}.$$

Регрессионная модель статистически значима согласно критерию Фишера (фактическое значение 20,04, критическое 3,15), имеет высокое качество по MAPE-оценке (9,6 %) и достаточную объясняющую способность по коэффициенту детерминации (0,57).

Моделирование проведено при следующих значениях параметров состояния: $u_1 = 0,05$, $u_2 = 0,96$, $u_3 = 0,9$, $c = 0,25$, $C_f = 0$, $\tau = 19$, $d = 0,3$, $T = 2$, $\Sigma_d = 0,68$, $s = 0,055$.

(18), фактические значения объемов выданных товарных кредитов в 2014 г.; показаны абсолютные и относительные отклонения оптимума банка от фактических значений ΔQ , $\Delta \bar{Q}$; рассчитаны по формуле (13) максимальные и фактические (с учетом объемов кредитования, достигнутых в 2014 г.) значения прибыли банка, а также приведены абсолютные и относительные отклонения $\Delta \pi$, $\Delta \bar{\pi}$. Анализ приводит к выводу, что оптимум кредитования банка в 18,6 раза превышает реальные объемы товарного кредитования, достигнутые в банке в 2014 г.; при условии реализации оптимальной стратегии прибыль банка может возрасти в 3 раза.

На рисунке представлены расчетные кривые прибыли банка для реального состояния системы взаимодействий с ритейлером и страховщиком в 2014 г. ($u_1 = 0,05$, $u_2 = 0,96$, $c = 0,25$, $\tau = 19$, $d = 0,3$), а также при следующих вариациях этого состояния, рассчитанных по принципу сравнительной статики, т.е. путем изменения факторов при прочих равных условиях: 1) усиление зависимости от ассоциированного ритейлера в виде снижения комиссии на 10 % ($u_1' = 0,045$); 2) усиление зависимости от ассоциированного

Таблица 1. Анализ погрешностей приближенных формул аннуитета

τ	i	k_y	\tilde{k}_y	$\Delta k_y, \%$	k'_{yi}	\tilde{k}'_{yi}	$\Delta k'_{yi}, \%$
1	0,02	0,053	0,052	-1,4 %	0,599	0,607	1,4 %
5	0,022	0,054	0,054	0,1 %	0,606	0,607	0,1 %
10	0,0245	0,056	0,057	1,9 %	0,616	0,607	-1,4 %
15	0,027	0,057	0,059	3,5 %	0,625	0,607	-2,9 %
20	0,0295	0,059	0,062	5,0 %	0,634	0,607	-4,3 %
24	0,0315	0,060	0,064	6,1 %	0,642	0,607	-5,4 %

В табл. 1 (расчеты представлены в сокращенном виде) исследованы погрешности замены k_y по формуле (4) на \tilde{k}_y по формуле (14), а также замены точного значения производной k'_{yi} на приближенное выражение \tilde{k}'_{yi} (17) для реалистических случаев срока кредитования до 24 месяцев, процентной ставки от 2 % до 3 % в месяц (от 24 % до 36 % годовых). Относительные ошибки приближений (41), (17) растут с увеличением i и τ ; погрешность (14) не превышает 6,1 %, а погрешность (17) не превышает 5,4 % на границах исследуемых интервалов.

В табл. 2 приведены оптимум товарного кредитования банка, определенный по механизму

страховщика в виде снижения комиссии на 10 % ($u_2' = 0,98$); 3) повышение предельных издержек на 10 % ($c' = 0,275$); 4) сокращение среднего срока кредитования на 1 % ($\tau' = 18,8$); 5) рост ставки дисконтирования на 1 % ($d' = 0,303$).

Анализ показывает, что при сложившихся параметрах системы кредитования товарооборота ритейла наиболее весомое негативное влияние на оптимум продаж и максимум прибыли банка оказывают два фактора: сокращение среднего срока кредитования и рост ставки дисконтирования, изменение которых на 1 % приводит к снижению оптимума на 9,2 % и 2,1 % и падению максимума прибыли на 15,3 % и 3,2 %, соответственно. Далее, фактор роста предельных

Таблица 2. Анализ фактических и оптимальных объемов кредитования и прибыли банка

Q (2014 г.), млн руб.	Q^* , млн руб.	ΔQ , млн руб.	$\Delta \bar{Q}$, раз	π (2014 г.), тыс. руб.	π^* , тыс. руб.	$\Delta \pi$, тыс. руб.	$\Delta \bar{\pi}$, раз
13,796	271,343	257,5	18,6	2,279	14,294	10,73	3

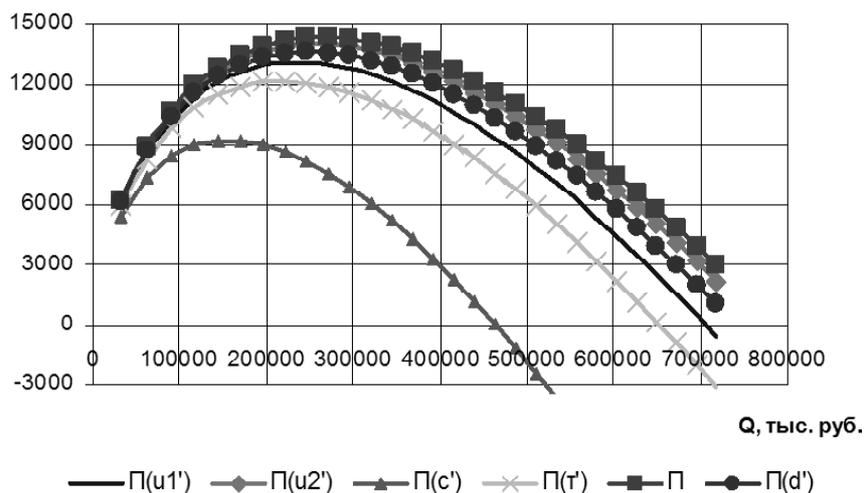


Рис. Расчетные кривые прибыли банка при различных параметрах состояния, тыс. руб.

издержек банка, связанных с привлечением ресурсов, на 10 % влечет за собой падение оптимального объема продаж на 47 % и потери максимальной прибыли на 35,8 %. Стимулирование взаимодействий с ритейлером путем сокращения комиссии, взимаемой с него, на 10 % обуславливает снижение оптимума банка на 9,2 % и понижение максимума прибыли на 8,7 %. Наименее чувствительна оптимальная стратегия банка к росту стимулирования ассоциированного страховщика, поскольку снижение комиссии, взимаемой со страховщика, на 10 % приводит к уменьшению оптимума банка на 9 % и, соответственно, к падению максимума прибыли на 2,7 %. Очевидно, что противоположные вариации параметров состояния системы будут иметь обратное действие. Следовательно, можно определить следующие базовые стратегии оптимизации кредитного ассортимента банка: во-первых, развитие кредитных продуктов с более высокими средними сроками погашения; во-вторых, изыскание наиболее дешевых источников фиксирования, что позволяет, сокращая предельные издержки, одновременно понижать ставку дисконтирования; в-третьих, перераспределение комиссий между ритейлером и страховщиком путем повышения стимулирования страховщика, несущественно влияющего на прибыль банка, с возложением на страховщика обязательств по повышению страхового возмещения в пользу ритейлера, при одновременном повышении комиссии с ритейлера.

Заключение

Разработана модель оптимизации стратегий кредитного ассортимента банка по критерию прибыли, выраженной через параметры управления (объемы кредитования по видам товарных кре-

дитов), параметры состояния (сроки кредитования, предельные издержки и ставка дисконтирования), включающие в себя институциональные параметры - комиссии, взимаемые с ритейлера как кредитного посредника и с ассоциированного страховщика. Модель позволяет при степенной зависимости от объема кредитования и линейной функции издержек банка исследовать оптимальность стратегии банка при вариациях параметров состояния и ограничениях неотрицательности маржинальной прибыли. Сформирован и формально обоснован механизм оптимального планирования кредитного ассортимента банка, аналитически выражающий оптимум и максимум прибыли банка. Результаты моделирования оптимальных стратегий могут быть использованы для решения задач согласованного оптимального планирования в системах интеграции с ритейлерами и страховщиками по методикам¹⁸.

Анализ динамических рядов объемов кредитования и процентных ставок российских банков подтвердил предположение об убывающей функции спроса на кредиты, что позволило сформировать статистически значимую и адекватную регрессию процентной ставки. Моделирование оптимального механизма планирования ассортимента на основе информации о динамике показателей одного из крупнейших розничных банков России подтвердило работоспособность предложенных модели и механизма. Исследование чувствительности оптимальных планов кредитования к вариациям параметров системы "банк-ритейлер-страховщик" показало существенную зависимость эффективности банка от сроков погашения кредитов и предельных издержек. С учетом значительного подорожания финансовых ресурсов вследствие введенных в 2014 г. санк-

ций Евросоюза в отношении российской банковской системы, а также тенденции относительного замещения дорогостоящих товаров более дешевыми после девальвации рубля в 2015 г., предопределяющей сокращение сроков кредитования, анализ приводит к выводу о наметившемся исчерпании потенциала роста розничного кредитного рынка России.

¹ Филиппова И.Ю. Экономико-математическая модель кредитования с учетом взаимозависимых отношений банка и фирмы. URL: <http://elibrary.ru/download/40852029.pdf>.

² Hirschman A.O. The Paternity of an Index // Amer. Econ. Rev. 1964. Vol. 54. P. 761-762.

³ Центральный банк России. Отчет о развитии банковского сектора и банковского надзора. 2015. URL <http://www.cbr.ru/publ/?PrId=nadzog>.

⁴ Там же.

⁵ Гераськин М.И., Чхартишвили А.Г. Моделирование структур рынка олигополии при нелинейных функциях спроса и издержек агентов // Проблемы управления. 2015. □ 6. С. 10-22.

⁶ Шутлов И.В. Основные направления повышения эффективности активных операций коммерческого банка на финансовом рынке : дис. ... канд. экон. наук : 08.00.10. Москва, 2012. URL: <http://www.dslib.net/finansy>.

⁷ Екатеринославская О.С. Формирование и развитие взаимодействий предпринимательских структур в сфере потребительского кредитования : дис. канд. экон. наук : 08.00.05 : защищена 14.02.08 : утв. 15.07.08. Санкт-Петербург, 2008. URL: <http://www.dslib.net/economika>.

⁸ Максимова В.Л. Потребительское кредитование: дилемма “риск - доходность” для коммерческих банков // Сибирская финансовая школа. 2003. □ 4. С. 66-69.

⁹ Орлов К.Ю., Иванов Д.Ю. Моделирование взаимодействий участников банковской системы с уче-

том рисков // Изв. Самарского научного центра Российской академии наук. 2013. □ 6 (4). С.36-48.

¹⁰ Филиппова И.Ю. Указ. соч.

¹¹ Гераськин М.И. Модели оптимизации управления неиерархическими системами корпораций при межкорпоративных взаимодействиях // Проблемы управления. 2010. □ 5. С. 28-38.

¹² Гераськин М.И. Формирование управления поликомпонентной системой при нескольких критериях эффективности на основе графа управлений // Изв. СНЦ Российской академии наук. 2003. Т. 5, □ 1. С. 134-142.

¹³ См.: Гераськин М.И. Инновационный менеджмент наукоемких технологий. Самара, 2006; Его же. Процессы и стратегии корпоративной интеграции в российском авиастроении // Экономические стратегии. 2005. □ 5-6. С. 92-97; Гераськин М.И., Мазурович О.Н. Процессы реструктуризации и формирования экономических механизмов взаимодействий предприятий нефтяной промышленности // Научное обозрение. 2012. □ 4. С. 416-423.

¹⁴ Четыркин Е.М. Финансовая математика. Москва, 2004.

¹⁵ Официальный сайт ООО “Хоум Кредит энд Финанс Банк”. URL: <http://samara.homecredit.ru>.

¹⁶ Статистический бюллетень банка России. URL: http://www.cbr.ru/publ/?PrId=bbs&ch=itm_11816#CheckedItem.

¹⁷ См.: Гераськин М.И., Квашин Д.А. Оптимизация государственных инвестиционных социальных проектов на основе регрессионных моделей регионального развития // Проблемы управления. 2014. □ 3. С. 38-49; Гераськин М.И., Кореева Е.Б., Кузнецов А.В. Модели согласования экономических интересов агентов на рынке сотовой связи Самарской области // Terra Economics. 2008. Т. 6, □ 4-2. □ 84. С. 278-285.

¹⁸ Гераськин М.И., Манахов В.В. Оптимизация взаимодействий в мультиагентной сильносвязанной системе “ритейлер - банк - страховщик” // Проблемы управления. 2015. □ 4. С. 9-18.

Поступила в редакцию 04.11.2015 г.