

Модель процесса инновационного развития

© 2011 С.Г. Караткевич

кандидат экономических наук,
член совета директоров ООО «Технопарк “Дубна”»,
руководитель центра разработки и внедрения
интеллектуальных систем управления ОАО “НИИАС”

© 2011 В.Н. Добрынин

кандидат технических наук, профессор
Международный университет природы, общества и человека “Дубна”

© 2011 С.А. Багрецов

доктор экономических наук, старший научный сотрудник
Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского
E-mail: Marinalobacheva@yandex.ru

В статье рассматривается практическое приложение принципов экзогенного научно-технического прогресса к анализу развития финансово-промышленного объединения.

Ключевые слова: развитие, инновации, производство, финансовые потоки, модель инновационного развития.

Кредитно-финансовая структура создается и далее развивается в интересах групп промышленных предприятий. Потребителями и заказчиками финансовых потоков в этом случае являются отдельная служба предприятий, а также физические лица. Будучи основными потребителями финансовых потоков, предприятия, развиваясь, вынуждены вкладывать часть средств в совершенствование кредитно-финансовой системы¹. В этом случае в условиях экзогенного научно-технического прогресса потребители финансовых пакетов могут рассматриваться как трудовые ресурсы системы. В каждый момент времени выпуск y делится на две части: C - потребление выпуска системы и I - капиталовложения (инвестиции) в развитие системы

$$y = C(t) + I(t). \quad (1)$$

Или, введя коэффициент отчисления на развитие системы $S(t)$

$$0 \leq S(t) \leq 1, \quad (2)$$

(1) можно записать в видоизменной форме:

$$y(t) = (1 - S)y(t) + Sy(t). \quad (3)$$

Предполагается, что число потребителей финансовых потоков изменяется в соответствии с динамикой социально-экономического развития региона:

$$L(t) = L_0 e^{\eta t}. \quad (4)$$

Собрав все уравнения воедино, получим следующую модель развития системы:

$$\begin{cases} y(t) = F[K(t), L(t)], \\ C(t) = (1 - S)y(t), \\ \dot{K}(t) = S(t)y(t), \\ L(t) = L_0 e^{\eta t}, \\ K(0) = K_0. \end{cases} \quad (5)$$

Задача состоит в исследовании различных траекторий системы.

Перейдем к относительным переменным $k = K/L$, $c = C/L$:

$$\begin{aligned} \dot{k} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{K}{L} \right) = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} = \frac{1}{L} S[F(K, L)] - \\ &- \frac{K}{L} \cdot \frac{\dot{L}}{L} = Sf(k) - k \frac{\eta e^{\eta t} L_0}{L_0 e^{\eta t}} = Sf(k) - \eta k, \end{aligned} \quad (6)$$

$$c = \frac{C}{L} = (1 - S)f(k). \quad (7)$$

Подставив полученные выражения в (5), получим модель в более простой форме:

$$\begin{cases} \dot{k} = Sf(k) - \eta k, \\ c = (1 - S)f(k), \\ k(0) = k_0. \end{cases} \quad (8)$$

Найдем стационарные (равновесные) точки уравнения (8): $\dot{k} = 0, Sf(\bar{k}) = \eta \bar{k} = 0$. (9)

Имеем два искомых решения $k = 0, k = k^*$. Очевидно, точка k^* существует не всегда. Возможны два случая:

а) для всех $k > 0 \quad Sf(k) < \eta k$; (10)

б) для всех $k < 0 \quad Sf(k) > \eta k$. (11)

Во всех случаях точка k^* отсутствует. Исследуем, когда эти случаи возможны. Для того чтобы при всех k^* выполнялось (11), необходимо, чтобы оно выполнялось и при достаточно малых k .

$$\begin{aligned} Sf(k) &\approx S[f(0) + kf'(0)], \text{ но } f(0) = 0, \\ Sf(k) &\approx Skf'(0) < \eta k \Rightarrow Sf'(0) < \eta. \end{aligned} \quad (12)$$

Рассмотрим теперь существование (12): $Sf(k) > \eta k \Rightarrow Sf(k) - \eta k > 0$, т.е. надо определить условия положительности $\varphi(k) = Sf(k) - \eta k$; $\varphi(k)$ - непрерывная функция. Как следует из предыдущего анализа, при малых $k \varphi(k) > 0$, при больших $k \varphi(k) < 0$ (см. рисунок).

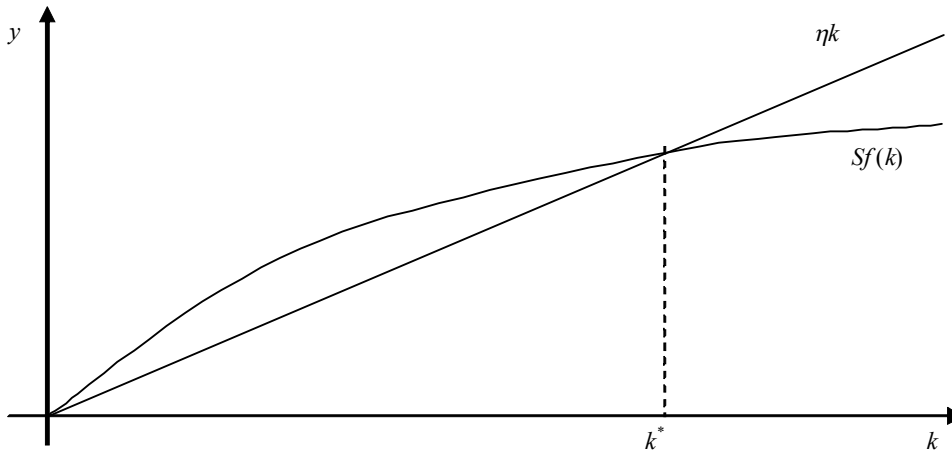


Рис. Стационарная траектория развития системы

Конечный режим сбалансированного роста сам зависит от нормы капиталовложений S , так как от S зависит k^* . Поскольку все траектории роста модели сходятся к сбалансированному росту, который зависит от величины постоянной доли капиталовложений S , постольку возникает вопрос: какой из этих режимов предпочтительнее? Для этого вводится критерий сравнения режимов.

В качестве критерия возьмем уровень потребления финансового потока на одного хозяйственного субъекта $C = (1-S)f(k^*)$ при сбалансированном росте, где k^* зависит от S . Эта зависимость определяется из уравнения (12):

$$\begin{aligned} C &= (1-S)f(k^*) = f(k^*) - Sf(k^*) = f(k^*) - \eta k^*, \\ C(S) &= f(k^*) - \eta(k^*), \quad C(S) \rightarrow \max, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{d}{dS} [f(k^*) - \eta(k^*)] = 0, [f'(k^*) - \eta] \frac{dk^*}{dS} = 0,$$

$$\frac{dk^*}{dS} > 0, \quad (14)$$

следовательно, имеем

$$f'(k^*) = \eta, \quad (15)$$

откуда наилучшее \hat{S} определяется в виде

$$\hat{S} = \frac{\eta k^*}{f'(k^*)}. \quad (16)$$

Вывод: при постоянной норме накопления траектории развития кредитно-финансовой системы в регионе стремятся к стационарной, темп роста на которой равен темпу роста хозяйственной деятельности². Этот рост неутешителен. Выход состоит в выборе переменной величины $S(t)$.

Предположим, что $K_{t+1} = K_t + I_t - \mu K_t$, (17)

где μ - норма амортизации. В данном случае μK_t -

это та часть капитала, которая идет на замещение изношенных основных фондов кредитно-финансовой сферы. Осуществляя в (17) предельный переход, получим

$$I(t) = \dot{K}(t) + \mu(t). \quad (18)$$

Вводя, как и ранее, обозначения: $\frac{Y}{L} = y$,

$$k = \frac{K}{L}, \quad i(t) = \frac{I(t)}{L(t)}, \quad c(t) = \frac{C(t)}{L(t)},$$

получим уравнения "материального" баланса в виде

$$\begin{cases} \dot{i}(t) = \dot{k} + \left(\mu + \frac{\dot{L}}{L} \right) k, \\ y(t) = c(t) + i(t). \end{cases} \quad (19)$$

Если, как и ранее, принять экспоненциальный рост числа потребителей финансовых потоков с темпом постоянства η , то получим

$$\dot{i}(t) = k + (\mu + \eta)k = k + \lambda k, \quad (20)$$

где $\lambda = \mu + \eta$ - сумма нормы амортизации и темпа развития интенсивности хозяйственной деятельности в регионе.

Сопоставляя (17) и (16), можно записать одно дифференциальное уравнение экономического роста данной организационной системы:

$$f[k(t)] = c(t) + \lambda k(t) + \dot{k}(t). \quad (21)$$

Определим, как и ранее, оптимальные точки развития кредитно-финансовой системы для условий сбалансированного роста

$$\frac{d}{dk} [f(k) - \lambda k] = 0,$$

откуда получаем уравнение для определения \dot{k}

$$f'(k) = \mu + \eta. \quad (22)$$

Технологический смысл “золотого правила накопления” состоит в том, что оно показывает максимальный уровень накопления финансовых ресурсов в регионе, при котором экономическая система сколь угодно долго может находиться в равновесии. Само максимальное потребление определяется из уравнения

$$\hat{c} = f\left(\hat{k}\right) - \lambda k. \quad (23)$$

Сформулируем теперь для данной модели задачу оптимизации.

Перепишем исходную модель

$$\begin{aligned} \dot{k} &= f(k) - \lambda k - c, \\ k(t_0) &= k_0. \end{aligned} \quad (24)$$

С точки зрения хозяйствующего субъекта, в интересах которого функционирует кредитно-финансовая система, очевидно, управляемым параметром будет удельное потребление $c(t)$. Поэтому задача оптимизации состоит в выборе оптимальной траектории потребления в заданном интервале времени:

$$c(t) = \{c(t)/t_0 \leq t \leq t_1\}. \quad (25)$$

Допустимой траекторией назовем любую кусочно-непрерывную траекторию $\{c(t)\}$, которая удовлетворяет уравнению движения (24) и граничному условию

$$0 \leq c(t) \leq f(k(t)), \quad t_0 \leq t \leq t_1. \quad (26)$$

Теперь надо уточнить понятие “оптимальности”. Очевидно, критериев оптимальности может быть множество. Назовем функцией максимальной фондоотдачи системы интеграл вида

$$W(t) = \int_{t_0}^{t_1} e^{-s(t-t_0)} u(c(t)) dt, \quad (27)$$

где $u(c)$ - функция полезности вложений финансовых средств в экономику предприятий;
 s - норма дисконтирования.

В случае конечного горизонта планирования кредитно-финансовых организаций должны выполняться условия на конце:

$$k(t_1) = k_1. \quad (28)$$

В случае бесконечного горизонта планирования интеграл состояния кредитно-финансовой сферы региона может оказаться расходящимся, поэтому приходится задавать начальные условия

$$k(t_0) \leq \tilde{k}, \quad (29)$$

т.е. начальная капиталовооруженность должна быть меньше предельно достижимой. Из (29) следует условие

$$c(t) \leq f(\tilde{k}), \quad (30)$$

откуда легко получить следующее ограничение сверху для функции научно-технического развития кредитно-финансовых организаций региона

$$\int_{t_0}^{\infty} e^{-s(t-t_0)} u(c(t)) dt \leq \int_{t_0}^{\infty} e^{-s(t-t_0)} u(f(\tilde{k})) dt = \frac{u(f(\tilde{k}))}{\delta}. \quad (31)$$

Теперь после обоснованного введения критерия (функция благосостояния) сформулируем общую задачу оптимального управления процесса развития кредитно-финансовой сферы.

Задача 1. Выбрать оптимальную траекторию потребления финансовых ресурсов, такую, что

$$\max_{\{c(t)\}} W = \left\{ \int_{t_0}^{\infty} e^{-s(t-t_0)} u(c(t)) dt \right\}, \quad \dot{k} = f(k) - \lambda k - c, \quad (32)$$

$$k(t_0) = k_0, \quad 0 \leq c \leq f(k).$$

Здесь фазовой координатой являются удельные основные фонды $k(t)$, а управлением - $c(t)$.

Решение задачи, очевидно, будет зависеть от функций: полезности $u(\dots)$ и производственной $f(\dots)$, а также от параметров: s, λ, k_0 .

Обозначив $\psi = ge^{-s(t-t_0)}$, перепишем функцию Гамильтона в виде

$$H = e^{-s(t-t_0)} [u(c) + g(fk) - \lambda k - c]. \quad (33)$$

В соответствии с принципом максимума необходимо максимизировать гамильтониан. Проверим условие экстремума:

$$\frac{dH}{dc} = 0 \Rightarrow u'(c) = g. \quad (34)$$

Следовательно, g - это предельная полезность потребления ресурсов финансовой сферы. Для сопряженной переменной имеем

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{dH}{dk},$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(q(t))e^{-s(t-t_0)} &= (q' - sq)e^{-s(t-t_0)} - \frac{dH}{dk} = \\ &= -e^{-s(t-t_0)} [qf'(k) - \lambda]. \end{aligned}$$

Приравнявая, найдем

$$\dot{q} = -(f'(k) + (\lambda + s))q. \quad (35)$$

Получим

$$f'(k) + \frac{\dot{q}}{q} + \mu - \lambda - s = 0. \quad (36)$$

В уравнении (36) присутствует неизвестное - $\left(\frac{\dot{q}}{q}\right)$. Так как на оптимальной траектории выполняется (33), то \dot{q}/q выразим через функцию полезности и ее производные, откуда (36) после подстановки приобретает вид

$$\dot{c} = \frac{1}{\sigma(c)} [f(k) + (\lambda + s)]c. \quad (37)$$

Таким образом, согласно принципу максимума оптимальные траектории $c^*(t), k^*(t)$ должны удовлетворять следующей системе:

$$\begin{cases} \dot{c} = \frac{1}{\sigma(c)} [f(k) + (\lambda + s)]c, \\ \dot{k} = f(k) - \lambda k - c. \end{cases} \quad (38)$$

Теперь задача состоит в решении системы (38).

Простейшие стационарные решения $\dot{c} = 0, \dot{k} = 0$ дадут траекторию сбалансированного роста финансовых потоков при условии пренебрежения на-

чальным ограничением на k_0 . Тогда легко получить точки сбалансированного роста в виде

$$\begin{cases} f'(k^*) = \lambda + s, \\ c^* = f(k^*) - \lambda k^*. \end{cases} \quad (39)$$

Часто λ фиксированна, поэтому k^* определяется нормой дисконтирования s .

Задача 2. Предположим, что предельная полезность потребления финансовых средств постоянна, т.е. $u'' = 0$. Отсюда следует, что

$$W = \int_{t_0}^{\infty} e^{-s(t-t_0)} u(c(t)) dt. \quad (40)$$

Задав минимальный уровень потребления финансовых потоков, направляемых на повышения уровня автоматизации процессов обработки информации в финансовой сфере и на подготовку персонала к работе с новыми средствами, будем иметь $\bar{c} \leq c(t) \leq f(k)$.

Функция Гамильтона в данном случае примет вид

$$H = e^{-s(t-t_0)} \{c(1-q) + q[f(k) - \lambda k]\}. \quad (41)$$

Канонические уравнения имеют вид:

$$\dot{k} = f(k) - \lambda k - c, \quad (42)$$

$$\dot{q} = -(f'(k) + (\lambda + s))q. \quad (43)$$

Оптимальные точки сбалансированного роста определяются из соотношений:

$$\begin{cases} f'(k^*) = \lambda + s, \\ q^* = 1, \\ c^* = f(k^*) - \lambda k^*. \end{cases} \quad (44)$$

Оптимальные релейные управления имеют вид

$$c^* = \begin{cases} \bar{c} \\ c(t) \\ f(k) \end{cases}, \text{ если } q \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 1. \quad (45)$$

Наряду с однопродуктовой моделью можно построить и многопродуктовые³. Рассмотрим для примера двухпродуктовую модель управления. Пусть имеются два основных вида основных фондов и однородный труд хозяйствующих субъектов, потребляющих финансовую информацию. Тогда максимально возможное потребление по аналогии можно записать в виде "производственной" функции

$$c = \Phi(L, K_1, K_2, \underbrace{K_1 + \mu K_1}_{I_1}, \underbrace{K_2 + \mu K_2}_{I_2}), \quad (46)$$

где μ - общая норма амортизации капитала;

$\dot{K}_1 + \mu K_1$ - часть выпуска финансовых потоков, которая идет на увеличение основных фондов типа 1;

$\dot{K}_2 + \mu K_2$ - часть выпуска, которая идет на увеличение основных фондов типа 2.

Посчитав, что “ c ” - однородная функция, и взяв ее удельное значение, получим

$$c = \varphi(k_1, k_2, \dot{k}_1 + \lambda k_1, \dot{k}_2 + \lambda k_2), \quad (47)$$

где $k_i = K_i/L$, $\lambda = \mu + \eta$.

Рассмотрим теперь условия равновесия (т.е. $\dot{k}_1 = 0, \dot{k}_2 = 0$), пренебрегая пока начальными условиями для значений капитала. Тогда (46) упростится: $c = \varphi(k_1, k_2, \lambda k_1, \lambda k_2)$. Так как все аргументы постоянны, то $c=0$, следовательно, все экстенсивные переменные k_1, k_2 , с имеют одинаковые темпы роста, равные темпу роста производственной деятельности хозяйствующих субъектов k . Тогда для достижения $\max c$ при $k_1=k_1(0), k_2=k_2(0)$ необходимо, чтобы

$$\begin{aligned} \frac{dc}{dk_1} &= 0, \quad \frac{dc}{dk_2} = 0 \\ \frac{dc}{dk_1} &= \frac{d\varphi}{dk_1} + \frac{d\varphi}{dz_1} \cdot \frac{dz_1}{dk_1} = \varphi_1 + \lambda\varphi_3 = 0 \\ \frac{dc}{dk_2} &= \frac{d\varphi}{dk_2} + \frac{d\varphi}{dz_2} \cdot \frac{dz_2}{dk_2} = \varphi_2 + \lambda\varphi_4 = 0, \quad (48) \end{aligned}$$

откуда $\lambda = -\frac{\varphi_1}{\varphi_3} = -\frac{\varphi_2}{\varphi_4}$. Равновесие, соответствующее сбалансированному росту финансовых потоков, при котором k_1^*, k_2^*, c^* остаются постоянными и удовлетворяют условиям оптимальности, определяется условиями:

$$\dot{k}_1 = 0 \quad \dot{k}_2 = 0 \quad \dot{c} = 0 \quad (49)$$

$$c^* = \varphi(k_1^*, k_2^*, \lambda k_1^*, \lambda k_2^*) \quad \lambda + s = -\frac{\varphi_1}{\varphi_3} = -\frac{\varphi_2}{\varphi_4}.$$

К данному состоянию сбалансированности роста кредитно-финансовой сферы обеспечения производства асимптотически приближается оптимальная траектория для бесконечного промежутка времени. Если промежуток времени конечен, то оптимальная траектория обладает магистральным свойством по отношению к состоянию сбалансированного роста кредитно-финансовой сферы: если t_1 достаточно велико, то оптимальные траектории $\{k_1^*(t)\}, \{k_2^*(t)\}$ сначала изменяются от начальных значений k_{10}, k_{20} в направлении к точке равновесия k_1^*, k_2^* , соответствующей сбалансированному росту, некоторое время остаются вблизи нее и со временем уходят от нее только для того, чтобы выполнялись условия на конечные размеры капиталов при сбалансированном росте.

¹ Батукаев А.А. Устойчивость нелинейных развивающихся финансово-экономических комплексов // Логистика и проблемы эффективности коммерческой деятельности.: межвуз. сб. науч. тр. Самара, 2000.

² Друкер П. Новые реальности в правительстве и политике, в экономике и бизнесе, в обществе и мировоззрении. М., 1994.

Поступила в редакцию 04.08.2011 г.