

Оценка устойчивости механизма взаимодействия между производителями на рынке объемной конкуренции

© 2011 М.И. Гераськин

доктор экономических наук, профессор

© 2011 Г.М. Гришанов

доктор технических наук, профессор

©2011 Д.Г. Гришанов

кандидат экономических наук, доцент

Самарский государственный аэрокосмический университет

им. академика С.П. Королева

©2011 Д.А. Щелоков

ФГУП ГНПРЦ “ЦСКБ-Прогресс”

E-mail: grishanov-sgau@mail.ru

В работе сформирована модель конкурентной среды в виде комплекса взаимосвязанных моделей, учитывающих конкурентный характер отношений между участниками рынка сбыта продукции.

Ключевые слова: конкуренция, олигополия, олигопсония, равновесие Нэша, рынок сбыта, конкурентные стратегии.

Значительная доля реальных рынков относится к олигополиям и олигопсониям. В этой связи рассмотрим олигопольный рынок однородного продукта (т.е. не различающегося по качеству). В такой ситуации любой отдельный потребитель не обладает рыночной властью, его доля в общем объеме продаж составляет доли процента, поэтому исследование математических моделей и оценка устойчивости взаимодействия между производителями однородного продукта для различных типов олигополии представляют большой интерес. При анализе экономических отношений между несколькими агентами-производителями в теории и практике используется принцип равновесия по Нэшу.

Рассмотрим модель задачи выбора конкурентных стратегий участниками сбытового рынка в условиях олигополии. Предположим, что на рынке сбыта продукции принимают участие $n \geq 2$ конкурирующих предприятий, выпускающих однородный продукт. Для формирования модели выбора решений по производству продукции каждым предприятием необходимо определить их целевые функции, ограничения на технологические, производственные, финансовые возможности, а также механизмы их взаимодействия на рынке сбыта продукции, т.е. сформировать модель их совместного поведения.

Стратегия каждого предприятия, как агента в сбытовой системе, определяется правилом индивидуального выбора, которое выделяет множество наиболее предпочтительных с точки зрения предприятия решений¹.

Пусть себестоимость продукта для i -го предприятия равна $c_i(x_i), i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$. Если $Q(x) = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ - общее количество продукта на рынке сбыта (суммарный выпуск), то рыночная цена продукта, как обратная функция спроса на выпускаемый продукт, равна

$$p = D^{-1}(Q) = p(Q(x)), \quad (1)$$

где p - рыночная цена продукта;

$D^{-1}(Q)$ - обратная функция спроса на выпускаемый продукт.

Производственные мощности предприятий будем считать неограниченными, и они независимо друг от друга выбирают количество производимого ими продукта $x_i, i \in I$. Целевая функция i -го предприятия представляет собой прибыль, определяемую как разность между его доходом px_i и затратами $c_i(x_i)$. Цель каждого предприятия состоит в том, чтобы получить наибольшую прибыль от продажи продукции. С учетом введенных обозначений модель целевой функции i -го участника равна

$$\text{Pr}_i(x) = p(Q(x))x_i - c_i(x_i), i \in I. \quad (2)$$

Данное уравнение позволяет определить величину прибыли при производстве i -м предприятием продукции в количестве $x_i, i \in I$.

Задача каждого предприятия состоит в определении неотрицательных объемов производства продукции $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$ из условия независимой максимизации прибыли. Формирование равновесного статического реше-

ния задачи сводится к вычислению частных производных функций прибыли (2) и затем к последующему решению этой системы относительно объемов выпуска продукции предприятием. Таким образом, ситуация равновесия по Нэшу x^0 находится из следующих условий существования максимума:

$$\left. \frac{\partial \Pi_i(x_i, x_{-i})}{\partial x_i} \right|_{x_i=x_i^0} = \frac{\partial p}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial x_i} x_i + p(Q(x)) - \frac{\partial c_i(x_i)}{\partial x_i} = 0, i \in N, \quad (3)$$

Из полученных уравнений (3) следует, что если первая частная производная целевой функции каждого предприятия в точке x_i^0 равна нулю,

т.е. $\frac{\partial \Pi_i(x_i^0)}{\partial x_i} = 0, i \in N$, то x_i^0 представляет собой локально оптимальное решение задачи для i -го предприятия. Совокупность таких решений образуют ситуацию равновесия Нэша $x^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$ на сбытовом рынке.

Предположим, что коэффициенты влияния выпуска i -го предприятия на выпуск каждого конкурента равны нулю, т.е. $\frac{x_j}{x_i} = 0, j = 1, n$, тогда составляющая системы уравнений (3)

$$\frac{\partial p}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial x_i} x_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{\partial p}{\partial Q} \frac{\partial x_j}{\partial x_i} x_i = 0. \text{ С учетом сделан-$$

ного предположения система уравнений (3) примет вид

$$\frac{\partial p(Q)}{\partial x_i} x_i + p(Q) - \frac{\partial c_i(Q)}{\partial x_i} = 0, i \in N. \quad (4)$$

Из системы (4) получим уравнения для определения объема выпуска каждым предприятием

$$x_i^0(Q) = \begin{cases} \frac{1}{\frac{\partial p(Q)}{\partial x_i}} \left(p(Q) - \frac{\partial c_i(Q)}{\partial x_i} \right), & \text{если } p(Q) > \frac{\partial c_i(Q)}{\partial x_i}, \\ 0, & \text{если } p(Q) \leq \frac{\partial c_i(Q)}{\partial x_i}, i \in N. \end{cases} \quad (5)$$

Система уравнений (5) позволяет сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 1. Пусть функция затрат выпуска для каждого производителя, а обратная функция спроса $D^{-1}(Q)$ является убывающей функцией по суммарному объему выпуска Q . Тогда для существования решения (5) и устойчивости конкурентной среды необходимо, чтобы для каждого участника рынка выполнялась следующая система неравенств:

$$\left\{ p(Q) - \frac{\partial c_i(Q)}{\partial x_i} > 0 \right\} \wedge \left\{ \frac{\partial p(Q)}{\partial x_i} < 0 \right\}, i \in N. \quad (6)$$

Экономический смысл полученной взаимосвязанной системы неравенств, обеспечивающей существование решения, состоит в том, что если разность между ценой и предельными затратами неотрицательна, а обратная функция спроса является невозрастающей функцией, то объем выпуска продукции каждым участником олигопольного рынка, определяемый в соответствии с уравнением (5), является неотрицательной величиной. Это означает, что каждый участник сохраняет свое присутствие на рынке в условиях конкурентного взаимодействия.

Определим суммарный равновесный объем выпуска продукции всеми предприятиями. Для этого просуммируем все компоненты системы (4) между собой, в результате получим:

$$Q^0 = \frac{1}{\frac{\partial p(Q)}{\partial x_i}} \left(np(Q) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial c_i(Q)}{\partial x_i} \right). \quad (7)$$

Из полученного уравнения следует важный вывод, что для неотрицательности суммарного объема выпуска в точке равновесия необходимо выполнение следующего неравенства:

$$p(Q) > \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\partial c_i(Q)}{\partial x_i}. \text{ Экономический смысл этого}$$

неравенства состоит в том, что равновесная цена не должна быть меньше средних по предприятиям предельных затрат.

Учитывая, что равновесная цена продукции зависит от суммарного объема выпуска, подставим (7) в уравнение для обратной функции спроса (1) и получим следующее ее значение:

$$p^0(Q) = p^0(Q^0(x^0)). \quad (8)$$

Равновесной цене p^0 , равновесному объему продаж x_i^0 соответствует равновесная прибыль, определяемая для каждого предприятия из уравнения:

$$\Pi_i^0 = p^0(Q^0) x_i^0 - c_i(x_i^0).$$

Рассмотрим параметрическую задачу определения равновесного и устойчивого состояния на рынке сбыта продукции при параметрически заданной функции спроса и функции затрат. Предположим, что функция спроса и функции затрат представляют собой линейные функции соответствующих параметров. Пусть функции затрат и обратная функция спроса определяются следующими уравнениями:

$$c_i(x_i) = c_i x_i - c_{0i}, i = 1, n. \quad (9)$$

$$p(Q) = \max\{p_0 - bQ; 0\}, \quad (10)$$

где c_i - предельные затраты на единицу продукции;
 c_{0i} - постоянные затраты i -го производителя;
 $p_0 > 0$ - начальная цена при отсутствии про-
дукта;

$b = const > 0$ - коэффициент чувствительности
цены продукта к изменению величины его
предложения Q на рынке сбыта, характеризую-
щей скорость убывания функции спроса.

С учетом (9) и (10) целевая функция i -го
участника равна:

$$\begin{aligned} Pr_i(x) &= (p_0 - bQ - c_i)x_i = \\ &= \left(p_0 - b \sum_{j=1}^n x_j - c_i \right) x_i - c_{0i}, i \in I. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, равновесное по Нэшу со-
стояние x^0 находится из следующих условий су-
ществования максимума:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Pr_i(x)}{\partial x_i} \Big|_{x_i=x_i^0} &= p_0 - c_i - b \sum_{j=1}^n x_j - b \frac{\partial Q_{-i}}{\partial x_i} x_i = \\ &= p_0 - c_i - bQ_i - b \left(1 - \sum_{j=1}^n \alpha_{ji} \right) x_i^0 = 0, i \in N, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 Pr(x)}{\partial (x_i)^2} \Big|_{x_i=x_i^0} = -2b < 0, i \in N,$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\partial Pr_i(x_i, x_{-i})}{\partial x_i} \Big|_{x_i=x_i^0} &= p_0 - c_i - bQ_{-i} - \\ &- b \left(2 - \sum_{j=1}^n \alpha_{ji} \right) x_i^0 = 0, i \in N, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 Pr_i(x_i, x_{-i})}{\partial (x_i)^2} \Big|_{x_i=x_i^0} = -2b < 0, i \in N, \quad (12)$$

где $\alpha_{ji} = \frac{\partial x_i}{\partial x_j} \leq 0$ - коэффициент влияния (вытес-

нения) выпуска i -го предприятия на выпуск j -го
конкурента;

$$Q_{-i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j - \text{суммарный выпуск продукта кон-}$$

курентами i -го производителя.

Из полученных условий (12) следует, что
если первая частная производная целевой функ-
ции каждого предприятия в точке x_i^0 равна нулю,

т.е. $\frac{\partial Pr_i(x_i^*)}{\partial x_i} = 0, i \in N$, а вторая производная

$\frac{\partial^2 Pr_i(x_i^0)}{\partial x_i^2} < 0$ - отрицательно определенная ве-

личина, то x_i^0 представляет собой локально
оптимальное решение задачи для i -го предприя-
тия. Совокупность таких решений образуют си-
туацию равновесия Нэша $x^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$ на
сбытовом рынке.

Из системы (12) получим уравнения для оп-
ределения объема выпуска каждым предприя-
тием в зависимости от обстановки

$$x_i^0 = \frac{p - c_i}{b \left(2 + \sum_j \alpha_{ji} \right)} - \frac{1}{\left(2 + \sum_{j \neq i} \alpha_{ji} \right)} \sum_{j \neq i}^n x_j^0, i \in N. \quad (13)$$

Таким образом, решение задачи статистичес-
кой оптимизации конкурентных стратегий по вы-
бору объемов выпуска сводится к решению сис-
темы уравнений (13), которое и определяет точ-
ку равновесия Нэша².

Определим условия на параметры механиз-
ма конкурентного взаимодействия, реализация ко-
торых обеспечивает существование точки равно-
весия Нэша. Для этого просуммируем все ком-
поненты системы (12) между собой при $\alpha_{ji} = 0$,
 $j, i = 1, n$. В результате получим следующее равен-
ство:

$$np_0 - nb \sum_{j=1}^n x_j^0 - b \sum_{j=1}^n x_j^0 - \sum_{i=1}^n c_i = 0. \quad (14)$$

Из данного уравнения находим следующую
зависимость суммарного равновесного объема вы-
пуска продукции всеми предприятиями от пара-
метров механизма конкурентного взаимодействия:

$$Q^0 = \sum_{j=1}^n x_j^0 = \frac{1}{b(n+1)} \left(np_0 - \sum_{i=1}^n c_i \right). \quad (15)$$

Из полученной зависимости между суммар-
ным объемом и параметрами механизма конку-
рентного взаимодействия можно сделать следу-
ющий вывод: для неотрицательного значения
суммарного объема в точке равновесия необхо-
димо, чтобы выполнялось следующее неравен-
ство:

$$p_0 > \sum_{j=1}^n \frac{c_j}{n}.$$

Данное неравенство означает, что начальная цена обратной функции спроса не должна быть меньше среднего по всем предприятиям значения удельных затрат.

Подставляя уравнение для суммарного объема в (3), находим равновесные по Нэшу стратегии предприятий по выбору объемов производства

$$\begin{aligned} x_i^0 &= \frac{1}{b} \left(p_0 - c_i - \frac{1}{n+1} \left(np_0 - \sum_{j=1}^n c_j \right) \right) = \\ &= \frac{1}{b} \left[\frac{1}{n+1} \left(p_0 + \sum_{j=1}^n c_j \right) - c_i \right], \quad i \in N. \quad (16) \end{aligned}$$

Приводим систему уравнений (16) к следующему виду:

$$\begin{aligned} x_i^0 &= \frac{1}{b(n+1)} \left(p_0 + \sum_{j=1}^n c_j - (n+1)c_i \right) = \\ &= \frac{1}{b(n+1)} \left(p_0 + c_i \left(\sum_{j=1}^n \frac{c_j}{c_i} - n \right) \right) = \\ &= \frac{1}{b(n+1)} (p_0 + c_i(r_i - n)), \quad i \in N, \quad (17) \end{aligned}$$

где $r_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{c_j}{c_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n d_{ij}$ - конкурентоспособность

по затратам i -го участника рынка сбыта относи-

тельно конкурентов, а отношение $\frac{c_j}{c_i} = d_{ij}$, ко-

торое характеризует конкурентное преимущество по затратам i -го участника относительно

j -го, т.е. если $d_{ij} > 1$, то i -й участник имеет пре-

имущество по затратам над j -м, если $d_{ij} < 1$, то

j -й участник имеет преимущество по затратам над i -м.

Назовем величину $KП_i = (p_0 + c_i(r_i - n))$ конкурентным потенциалом по цене i -го участника, а разность $c_i(r_i - n) = p_{oi}$ - конкурентным потенциалом по затратам i -го участника.

С учетом введенных обозначений неравенство (17) представим в виде

$$x_i(r_i) = \frac{1}{b(n+1)} (p_0 + c_i(r_i - n)) =$$

$$= \frac{1}{b(n+1)} (p_0 + p_{oi}), \quad i \in N. \quad (18)$$

Полученное решение, как следует из (18), зависит от параметров механизма конкурентного взаимодействия - обратной функции b , p_0 , количества участников n , предельных переменных затрат каждого участника c_i и уровня их конкурентного преимущества r_i , $i=1, n$.

Из системы уравнений (18) следует, что с ростом конкурентного преимущества по затратам i -го участника d_{ij} увеличиваются его конкурентоспособность, конкурентный потенциал по цене и, следовательно, объем выпускаемой продукции и доля занимаемого рынка сбыта в точке равновесия.

Из (16) следует, что равновесный объем продаж продукции для каждого конкурирующего предприятия существует и является рентабельным, если выполняется следующая система неравенств:

$$\frac{1}{n+1} \left(p_0 + \sum_{j=1}^n c_j \right) \geq c_i, \quad i \in N. \quad (19)$$

Из неравенства (19) следует, что при заданных значениях удельных затрат c_j , $i=1, n$ для каждого предприятия нижние границы начальной цены p_0 , при которой выпуск продукции является рентабельным, определяются из условий:

$$\begin{aligned} p_{oi} &\geq (n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j = nc_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j = \\ &= c_i \left(n - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{c_j}{c_i} \right) = c_i(n - r_i), \quad i = 1, n. \quad (20) \end{aligned}$$

Отметим, что величина p_{oi} характеризует уровень конкурентного потенциала i -го участника, зависящего от предельных затрат на выпуск продукции, его конкурентного преимущества по затратам и количества участников на рынке сбыта. Максимальная из этих начальных цен величина, определяемая из неравенства

$$\begin{aligned} p_0 &\geq \max_i \{ p_{oi}, \quad i = 1, n \} = \\ &= \max_i \left\{ (n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j, \quad i = 1, n \right\}, \quad (21) \end{aligned}$$

обеспечивает существование точки равновесия Нэша и рентабельность выпуска продукции для

всех конкурирующих на рынке сбыта предприятий.

Экономический смысл неравенства (19) заключается в том, что для устойчивости конкурентного рынка сбыта и, следовательно, существования точки равновесия необходимо и достаточно, чтобы соотношения между параметрами системы сбыта $p_0, c_j, j=1, n$ обеспечивали выполнение неравенства (21).

Равновесная цена продукции зависит от суммарного объема выпуска продукции всеми предприятиями и равна

$$p^0 = p_0 - bQ^0 = p_0 - \frac{1}{n+1} \left(np_0 - \sum_{j=1}^n c_j \right) = \frac{1}{n+1} \left(p_0 + \sum_{j=1}^n c_j \right). \quad (22)$$

Как следует из полученного уравнения, цена продукции определяется количеством участников рынка сбыта, начальной ценой (ценой при отсутствии предложения) и суммарными удельными затратами. Если это цена в соответствии с неравенством (10) больше удельных затрат, то выпуск продукции для каждого участника рынка сбыта является рентабельным, т.е. условие рентабельности продукции можно представить в виде

$$p^0 \geq c_i, \quad i \in N, \quad (23)$$

где $p^0 = \frac{p_0 + \sum_{j=1}^n c_j}{n+1}$ - равновесная цена.

Равновесной цене p^0 , равновесному объему продаж x_i^0 соответствует равновесная прибыль, определяемая для каждого предприятия из уравнения

$$\begin{aligned} \Pi p_i &= (p^0 - c_i)x_i^0 = \frac{(p^0 - c_i)(p^0 - c_i)}{b} = \\ &= \frac{(p^0 - c_i)^2}{b} = \\ &= \frac{\left[p_0 + \sum_{j=1}^n c_j - (n+1)c_i \right]^2}{b(n+1)^2}, \quad i \in N. \quad (24) \end{aligned}$$

Таким образом, каждому набору исходных данных $(p^0, b, c_i, i \in N)$ соответствуют конкретные значения равновесного суммарного объема продаж Q^0 , равновесного объема продаж каждым предприятием $x_i^0, i \in N$, равновесной прибыли Πp_i , определяемые из уравнений (6), (7), (10) и (12).

¹ Механизм выбора конкурентных стратегий. Условия равновесности и устойчивости рынка сбыта продукции: монография / Д.Г. Гришанов [и др.]. Самара, 2009.

² Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. 2-е изд. М., 2007.

Поступила в редакцию 02.09.2011 г.