Подход к моделированию процесса страхования рисков

© 2011 А.Д. Баскова
© 2011 А.В. Матвеев
кандидат технических наук, доцент
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: fomin@sseu.ru

Авторами разработан подход к моделированию процесса страхования рисков, позволяющий оценивать предупредительную функцию страхования, прогнозировать результаты деятельности системы страхования по управлению страховым риском и вырабатывать определенные требования к ее деятельности для поддержания необходимого показателя эффективности.

Ключевые слова: страхование рисков, моделирование, политика страховых организаций, страховой фонд, функции страховой деятельности.

Концептуальный подход к управлению риском в страховании включает в себя три основные позиции: выявление последствий деятельности экономических субъектов в ситуации риска; умение реагировать на возможные отрицательные последствия этой деятельности; разработку и осуществление мер, при помощи которых могут быть нейтрализованы или компенсированы вероятностные негативные результаты предпринимаемых действий[1].

Таким образом, основной задачей страхования является формирование денежных фондов, за счет которых происходит предупреждение и компенсация потерь в случае наступления страховых случаев.

На наш взгляд, в действующей модели страхования не в полной мере реализованы подходы к комплексной унифицированной системе оценки уровня страховых рисков и системе управления этими рисками, в первую очередь, направленной на снижение вероятности наступления страховых случаев. В этой связи необходимо рассмотреть стратегию управления риском за счет страховой деятельности на основе модели управления страховым риском, позволяющей вырабатывать адекватные управленческие решения относительно проведения соответствующих профилактических мероприятий, направленных на снижение уровня риска.

Предлагается рассмотреть модель страховой деятельности, учитывающую процесс изменения размера страхового фонда, а также влияние на его размер количества застрахованных страховой компанией рисков. Основная идея предлагаемого подхода заключается в том, что система страхования будет характеризоваться на каждый момент времени двумя случайными процессами - числом застрахованных рисков $n(t)$ и размером страхового фонда $W(t)$. Структурно-функциональная схема процесса страхования рисков представлена на рис. 1.

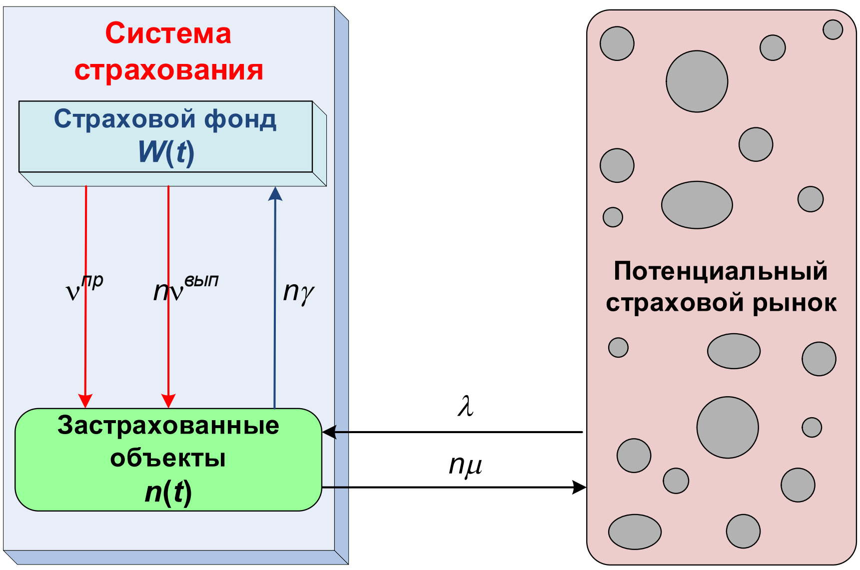

Рис. 1. Структурно-функциональная схема страхования рисков

Разработка модели процесса страхования рисков предполагает:

• формализацию процесса изменения числа застрахованных рисков, а также процессов воздействий, приводящих к наступлению страховых случаев в рамках теории нестационарных потоков Пуассона;

• формализацию деятельности по предупреждению возникновения страховых случаев в рамках теории обслуживания нестационарных потоков Пуассона по показательному закону с переменной интенсивностью;

• установку аналитической зависимости системы страхования и окружающей среды, оказывающей негативные воздействия и приводящей к наступлению страховых случаев;

• установку зависимости числа застрахованных рисков и размера страхового фонда как случайного процесса от случайного потока входящих рисков, величин страховых премий, случайного потока страховых выплат, а также расходов на проведение предупредительных мероприятий.

Данный подход позволит обосновать рациональные действия и способы их реализации по расходованию средств страхового фонда на предупреждение и компенсацию потерь страховых рисков на основе разработанной модели.

Для разработки модели процесса страхования необходимо рассмотреть процесс изменения состояний системы страхования во времени, т.е. числа застрахованных рисков $n(t)$ и капитала компании $W(t)$.

Рассмотрим элементарный промежуток времени Δt. Изменение за данный промежуток времени числа застрахованных рисков $n(t)$ может произойти в случаях:

• при страховании нового риска. На основе сделанных выше предположений λ - простейший поток новых страхуемых рисков. В этом случае вероятность того, что за время Δt будет застрахован новый риск, равна $\lambda\Delta t$;

• при окончании срока страхования какого-либо риска и отказа от его дальнейшего страхования. μ - интенсивность оставления каждым из застрахованных рисков страховой компании. В этом случае за время Δt страховую компанию покинет риск с вероятностью $n\mu\Delta t$.

Число застрахованных рисков будет представлять собой однородную марковскую цепь с непрерывным временем. Используя метод исследования однородных марковских цепей[2] и построив систему дифференциальных уравнений, удалось определить математическое ожидание числа застрахованных рисков в нестационарном режиме в момент времени t:

$$\bar{n}(t) = \frac{\lambda}{\mu} - \left(\frac{\lambda}{\mu} - n_0\right) e^{-\mu t}, \qquad (1)$$

где n_0 - число рисков в начальный момент времени t_0.

Изменение за элементарный промежуток времени Δt размера страхового фонда $W(t)$ может произойти в случаях:

• уплаты страховой премии по каждому из уже застрахованных рисков. По каждому из застрахованных рисков регулярно с интенсивностью γ уплачивается страховая премия в размере c_i, которая является случайной величиной с функцией распределения $F_c(x)$ и математическим ожиданием $M(x)=c$. Взносы вносятся независимо друг от друга, и поэтому за время Δt в страховую компанию поступит такой взнос с вероятностью $n\gamma\Delta t$;

• при страховании нового риска. При страховании нового риска уплачивается страховая премия a_i, размер которой является случайной величиной с функцией распределения $F_a(x)$ и математическим ожиданием $M(x)= a$;

• при проведении мероприятий по предупреждению страховых случаев. Финансируются мероприятия, направленные на снижение вероятности возникновения страховых случаев с интенсивностью $v^{пр}$. Тогда на интервале Δt предупредительное мероприятие будет проведено с вероятностью $v^{пр}\Delta t$ и при этом будет затрачена сумма в размере d_i, которая является случайной величиной с функцией распределения $F_d(x)$ и математическим ожиданием $M(x)=d$;

• при наступлении страховых случаев. На каждом из застрахованных рисков независимо друг от друга может наступить страховой случай с интенсивностью $v^{вып}$. С учетом предупредительной функции страхования интенсивность наступления страховых случаев принимает значение $v^{вып}\cdot(1-p^{пр})$, где $p^{пр}$ - вероятность предупреждения наступления страхового случая. Тогда на интервале Δt наступит страховой случай с вероятностью $nv^{вып}\cdot(1-p^{пр})\Delta t$, а страховая компания при этом выплатит страховое возмещение в размере b_i, которое является случайной величиной с функцией распределения $F_b(x)$ и математическим ожиданием $M(x)=b$.

В начальный момент времени t_0 капитал компании был равен W_0. Нас интересует размер страхового фонда W_t в момент времени t_0+t. Разобьем отрезок $[t_0,t_0+t]$ на m элементарных отрезков длиной $\Delta t = t/m$. Пусть ΔW есть изменение размера страхового фонда на i-м отрезке. Тогда согласно принятой структурно-функциональной схеме:

$$\Delta W_i = \begin{cases} a_i, c \quad \textit{вероятностью} \quad \lambda \Delta t dF_a(a_i), \\ c_i, c \quad \textit{вероятностью} \quad n\gamma \Delta t dF_c(c_i), \\ -b_i, c \quad \textit{вероятностью} \quad n\nu^{вып}(1-p^{пр})\Delta t dF_b(b_i), \\ -d_i, c \quad \textit{вероятностью} \quad \nu^{пр}\Delta t dF_d(d_i), \\ 0, c \quad \textit{вероятностью} \quad 1-(\lambda + k\gamma + k\nu^{вып}(1-p^{пр}) + \nu^{пр})\Delta t, \end{cases} \qquad (2)$$

$$W_t = W_0 + \sum_{i=1}^{m} \Delta W_i \, .$$

Учитывая значения математического ожидания функций распределения страховых выплат, страховых премий и сумм, необходимых для проведения предупредительных мероприятий, при фиксированной реализации процесса $n(t)$ с учетом (2) имеем:

$$M(\Delta W / n(t)) = \left(\lambda a - \nu^{пр} d + n(t) \cdot \left(\gamma c - \nu^{вып} b\right)\right)\Delta t \, . \qquad (3)$$

Поэтому

$$M(W_t / n(t)) = W_0 + \sum_{i=1}^{m} \left(\lambda a - \nu^{пр} d + n(t) \cdot \left(\gamma c - \nu^{вып} b\right)\right)\Delta t \, .$$

Переходя к пределу $\Delta t \to 0$, получили:

$$M(W_t / n(t)) = W_0 + \int_{t_0}^{t_0+t} \left(\lambda a - \nu^{пр} d + n(t) \cdot \left(\gamma c - \nu^{вып} b\right)\right)dt \, . \qquad (4)$$

Усредняя по реализациям процесса $n(t)$ и используя значение $\overline{n}(t)$, представленное в (1), получим математическое ожидание размера страхового фонда $\overline{W}(t)$:

$$\overline{W}(t) = W_0 + \frac{1}{\mu}(\lambda a + \gamma c - \nu^{вып}(1-p^{пр})b -$$

$$-\nu^{пр} d)(n_0 - \frac{\lambda}{\mu}) + \, t\frac{\lambda}{\mu}(\lambda a + \gamma c - \nu^{вып}(1-p^{пр})b -$$

$$-\nu^{пр} d) - \frac{1}{\mu}(\lambda a + \gamma c - \nu^{вып}(1-p^{пр})b -$$

$$-\nu^{проф} d)(n_0 - \frac{\lambda}{\mu})e^{-\mu t} \, . \qquad (5)$$

Для обеспечения финансовой устойчивости страховой компании необходимо соблюдение условия: $\lambda a + \gamma c - \nu^{вып}(1-p^{пр})b - \nu^{пр} d > 0$.

В[3] было получено аналитическое выражение для определения вероятности предупреждения наступления страхового случая в стационарном режиме:

$$p^{пр} = \frac{\nu^{м}\nu^{пр}}{(\nu^{м} + \lambda^{ф})(\nu^{пр} + \lambda^{ф})}, \qquad (6)$$

где $\lambda^{ф}$ - интенсивность появления негативных факторов, потенциально способных привести к наступлению страхового случая;

$\nu^{м}$ - интенсивность мероприятий по мониторингу и выявлению факторов, потенциально способных привести к наступлению страхового случая;

$\nu^{пр}$ - интенсивность проведения мероприятий, направленных на предупреждение наступления страховых случаев и нейтрализации факторов.

С целью демонстрации потенциальных возможностей предложенного подхода было проведено имитационное моделирование процесса страхования. В качестве исходных характеристик были выбраны следующие значения:

W_0=1000; n_0=50; t=10.

Средняя страховая сумма одного застрахованного риска S = 100 усл.ед.;

λ = 5; μ = 3; $a = T_{нс} \cdot S$ усл. ед.;

$c = T_{нс} \cdot S$ усл. ед.,

где $T_{нс}$ - тарифная нетто-ставка объекта страхования;

b = 25 усл. ед.; d = 0,5 усл. ед.; $\lambda_{ф}$ = 25.

Был рассмотрен стационарный режим для числа застрахованных рисков. Получена оценка эффективности предупредительной функции страхования $p^{пр}$ на основе выявленных аналитических закономерностей (4) в зависимости от размера тарифной нетто-ставки $T_{нс}$ и размера средств от страхового фонда, затраченных на предупреждение страховых случаев. При этом были определены условия финансовой устойчивости страхового фонда, а также математическое ожидание значения числа застрахованных рисков (1) и размера страхового фонда (3).

На рис. 2 представлены графики зависимости показателя эффективности предупредительной функции страхования $p^{пр}$ и изменения размера страхового фонда ΔW в зависимости от размера тарифной нетто-ставки $T_{нс}$ и размера средств страхового фонда, затраченных на предупреждение страховых случаев. Для демонстрации потенциальных возможностей были рассмотрены значения показателя $T_{нс}$ = 2 %, 3 %.

Таким образом, разработанный инструмент позволяет оценить предупредительную функцию страхования, прогнозировать результаты деятельности системы страхования по управлению страховым риском и выработать определенные требования к ее деятельности для поддержания требуемого показателя эффективности. Этот подход позволяет обосновать политику страховых

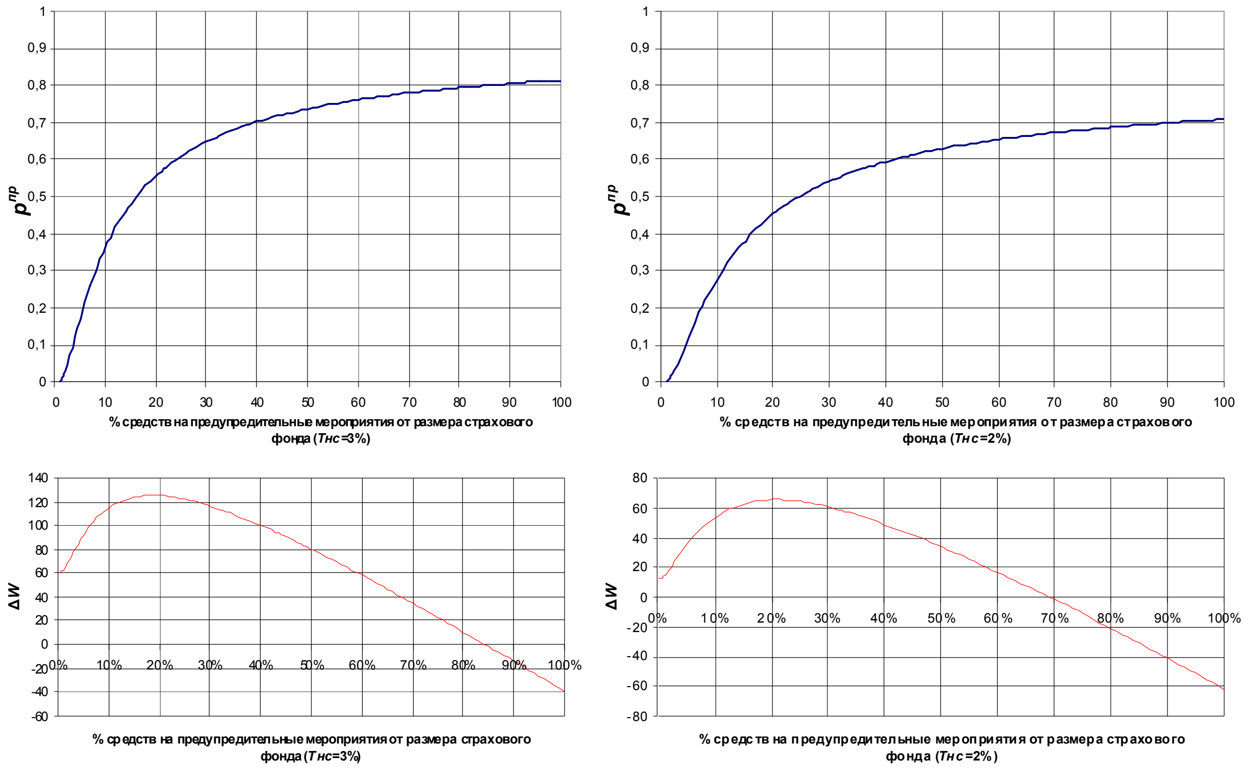

Рис. 2. **Результаты моделирования процесса страхования**

организаций, создать основу для проведения страховых операций, финансовой устойчивости страховщиков, а также обосновать оптимальное распределение средств страхового фонда на различные функции страховой деятельности.

[1] *Фалин Г.И.* Математический анализ рисков в страховании. М., 1994.

[2] *Вентцель Е.С.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учеб. пособие. 5-е изд. М., 2011.

[3] *Матвеев А.В., Иванов М.В., Шевченко А.Б.* Общий подход к реализации предупредительной функции страховой деятельности // Высокие интеллектуальные технологии и инновации в национальных исследовательских университетах: материалы XVIII Междунар. науч.-метод. конф. 17-18 февр. 2011 г., СПб., 2011. Т. 4.

Поступила в редакцию 05.07.2011 г.