Методический подход к формированию динамической процедуры амортизации долга с учетом субсидий со стороны государства

© 2010 В.В. Альтергот
заместитель министра - начальник управления АПК
Министерство сельского хозяйства и продовольствия Самарской области
© 2010 К.В. Наумов
первый заместитель директора
ФГУП ГНПРЦ “ЦСКБ-Прогресс”
© 2010 Г.Н. Колесникова
Самарский государственный аэрокосмический университет
им. акад. С.П. Королева
E-mail: grishanov-sgau@mail.ru

Разработан в общем виде методический подход к формированию динамической процедуры амортизации долга с учетом субсидий со стороны государства с постоянными по величине выплатами равными суммами в счет долга платежными потоками.

Ключевые слова: кредитная операция, льготная ставка, финансовый поток, погашение задолженностей, начисление процентов.

Надежность системы долгосрочного кредитования, рост объема российского рынка долгосрочного кредитования сельскохозяйственных предприятий зависят от ряда факторов, среди которых важнейшими являются: наличие эффективно работающей законодательной базы; платежеспособный спрос на долгосрочные кредиты со стороны сельхозпроизводителей; доступность долгосрочных кредитов; высокий уровень развития и гибкости банковской системы страны.

Однако развитию системы долгосрочного кредитования в России препятствуют следующие неблагоприятные обстоятельства: высокие кредитные риски; недостаточный уровень рентабельности сельскохозяйственных предприятий; отсутствие необходимых собственных финансовых ресурсов, а также отсутствие долгосрочных кредитных ресурсов; отсутствие гибкости в применяемых процедурах погашения кредитов, что не позволяет адаптироваться к изменению финансовых возможностей заемщиков, к изменению конъюнктуры кредитного рынка. Таким образом, для реализации различных инвестиционных программ, направленных на повышение эффективности аграрной экономики, необходимо решить проблему формирования долгосрочных и относительно дешевых кредитных ресурсов, а для повышения уровня доступности кредитов решить комплекс задач, связанных с проблемой адаптации кредитного процесса к изменяющимся финансовым возможностям заемщика и внешним условиям долгосрочного рынка. В такой ситуации, при ограниченном количестве финансовых ресурсов, субсидий со стороны государства, возникает задача выбора параметров долгосрочного кредита, решение которой позволяет обеспечить его возвратность, эффективность и доступность для более широкого круга заемщика.

Потоки платежей, описывающие динамику долгосрочного кредита, являются неотъемлемой частью всевозможных кредитных сделок. Кредитные сделки отличаются большим разнообразием, конкретные условия каждой из них определяются в соответствующем финансовом контракте, являющемся ее юридическим обеспечением.

В общем случае простая кредитная сделка представляет собой единовременную выдачу долгосрочного кредита (займа), погашаемого одним платежом в конце срока сделки, в которой участвуют как минимум два лица: кредитор - лицо, предоставляющее в долг финансовые средства, и заемщик (дебитор) - лицо, получающее финансовые средства для временного их использования.

На рис. 1 представлено взаимодействие кредитора и заемщика и финансовые потоки между ними в простой кредитной сделке. К простым кредитным операциям относятся краткосрочные кредиты, выдаваемые на срок меньше года.

Как следует из рис. 1, простая сделка связывает две суммы: величину D_0 выдаваемого кредита в момент t_0 и возвращаемую в момент t_1 заемщиком сумму D_1.

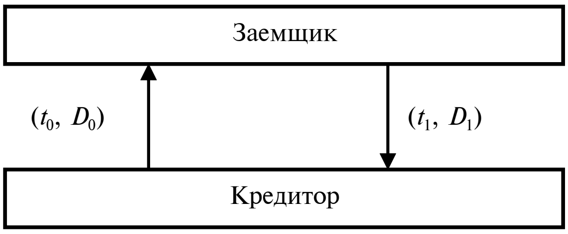

Рис. 1. **Финансовые потоки в простой кредитной операции**

Рис. 2. **Финансовые потоки в сложной кредитной операции**

Для сложных финансовых операций, таких как долгосрочный кредит, важнейшей особенностью является наличие серии платежей погашения долгосрочного кредита, образующих финансовый поток. При этом в каждой такой кредитной сделке для определения финансовых потоков в качестве исходных параметров задается сумма выданного кредита D, срок сделки, процентная ставка по кредиту и схема его погашения. В конечном счете завершение сделки предполагает выплату всех сумм, предписанных условиями сделки.

Сложная кредитная сделка, таким образом, включает две компоненты (рис. 2): выдачу кредита в сумме D в момент t_0 и поток платежей погашения долгосрочного кредита

$$\{(t_1, V_1), (t_2, V_2), ..., (t_n, V_n)\}.$$

Проведем анализ различных схем погашения, используемых в долгосрочном кредитовании, и на этой основе сформируем балансовые модели финансовых потоков.

К типичным схемам погашения долга относится, например, схема, при которой поток платежей, направляемых на погашение основной суммы кредита, представляет собой постоянную ренту, т.е. ренту с постоянными по величине платежами. Используются схемы, в которых явным образом разделены процентные (идущие на выплату текущих процентов) и основные (идущие на погашение основного долга) платежи. Есть и другие схемы, которые мы будем рассматривать ниже.

В представленном случае принцип равенства приведенных значений обязательств кредитора и заемщика можно записать в следующем виде:

$$D = V^i\left((1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + ... + (1+i)^{-n}\right) =$$

$$= V^i \sum_{k=1}^{n} (1+i)^{-k}, \qquad (1)$$

где i - рыночная процентная ставка.

В случае субсидирования со стороны государства по льготной процентной ставке, равной r, уравнение (1) имеет вид:

$$D = V^r \sum_{k=1}^{n} (1+r)^{-k}.$$

Слагаемые суммы в скобках являются членами геометрической прогрессии со знаменателем $\vartheta = 1/(1+i)$. Обозначим сумму членов этой прогрессии через $a_{n;i}$, а в случае субсидирования со стороны государства $a_{n;r}$. Тогда в соответствии с формулой для суммы членов геометрической прогрессии находим, что

$$a_{n;i} = \sum_{k=1}^{n} \vartheta^k = \vartheta \frac{\vartheta^n - 1}{\vartheta - 1} = \frac{1 - \vartheta^n}{i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}.$$

$$a_{n;r} = \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}. \qquad (2)$$

Величины $a_{n;i}$, $a_{n;r}$ называются коэффициентами приведения и характеризуют приведенное значение (современную стоимость) единичного потока. Эти коэффициенты являются функциями от срока кредита n и их процентных ставок i, r. Чем выше значения процентных ставок, тем меньше величины коэффициентов приведения, соответственно. При увеличении срока кредита n величина коэффициента стремится к некоторому пределу. Значения коэффициентов $a_{n;i}$, $a_{n;r}$ табулированы, и в расчетах могут использоваться специальные таблицы для различных значений n и i, r.

Из (1) с учетом (2) получим, что размер периодических постоянных выплат равен

$$V^i = D / \sum_{k=1}^{n} (1+i)^{-k} = D / a_{n;i}, \quad V^r = D / a_{n,r}. \qquad (3)$$

Решив задачу определения периодической постоянной выплаты, можно сформировать процедуру погашения кредита.

При найденной в соответствии с (3) величине расхода по займу V^i можно сформировать план погашения долгосрочного кредита. Для этого найдем сумму первого платежа, идущую на погашение основного долга, как разность между величиной срочной уплаты V^i и процентами, т.е.

$$R_1 = V^i - D \cdot i. \qquad (4)$$

Второй платеж представляет собой наращенную сумму первого и равен

$$R_2 = V^i - (D - R_1)\, i = R_1 + R_1\, i = R_1\,(1 + i\,),$$

третий платеж - наращенную сумму второго

$$R_3 = R_2\,(1 + i\,) = R_1\,(1 + i\,)^2 \text{ и т.д.}$$

Общая формула для определения величины погашения долга на конец любого года k такова:

$$R_k = R_{k-1}\,(1 + i\,) = R_1\,(1 + i\,)^{k-1}, \quad k = 1, 2, ..., n. \qquad (5)$$

Для последнего года займа n величина погашения долга составит

$$R_n = R_{n-1}\,(1 + i\,) = R_1\,(1 + i\,)^{n-1}.$$

В соответствии с формулой (6) периодические платежи по погашению долга образуют ряд:

$$R_1\,;\ R_1\,(1 + i\,);\ R_1\,(1 + i\,)^2\,;\ ...;\ R_1\,(1 + i\,)^{k-1}\,;\ ...;\ R_1\,(1 + i\,)^{n-1}. \qquad (6)$$

Как следует из этого ряда и формулы (5), величина погашения долга увеличивается от года к году и в конце срока займа становится равной

$$R_n = R_1\,(1 + i\,)^{n-1}.$$

Сумма членов ряда (6) за какой-либо год образует величину погашенной задолженности на конец этого года. Например, на конец года k величина погашенной задолженности равна

$$W_k = R_1\sum_{\ell=0}^{k-1}(1+i)^{\ell} = R_1, s_{k;i}\,,\ k = 1,\ 2,\ ...,\ n, \qquad (7)$$

где $s_{k;i} = \sum\limits_{\ell=0}^{k-1}(1+i)^{\ell}$ - коэффициент наращения (накопления) единичного финансового потока за n периодов.

Эта сумма есть сумма k членов геометрической прогрессии со знаменателем $u = (1 + i)$ и начальным членом, равным 1. Поэтому при $i \neq 0$

$$s_{k;i} = \frac{u^k - 1}{u - 1} = [(1+i)^k - 1]/i = (u^k - 1)/i\,.$$

Если $i = 0$, то $s_{k;i} = \sum\limits_{\ell=1}^{k} 1 = n$.

Как следует из приведенной формулы коэффициента наращения, $s_{n;\,i}$ зависит только от срока кредита и процентной ставки. С увеличением каждого из этих параметров его величина также увеличивается. Значения коэффициента легко табулировать и использовать в расчетах специальные таблицы.

В соответствии с (8) величины погашенной задолженности составляют следующий ряд:

$$R_1\, s_{1,\,i}\,;\ R_1 s_{2,\,i}\,;\ ...;\ R_1 s_{k,\,i}\,;\ ...\,;\ R_1 s_{n,\,i}$$

или

$$R_1; R_1\sum_{\ell=0}^{1}(1+i)^{\ell};...;\ R_1\sum_{\ell=0}^{k-1}(1+i)^{\ell};...;\ R_1\sum_{\ell=0}^{n-1}(1+i)^{\ell}. \qquad (8)$$

Первый член этого ряда равен $W_1 = R_1$, так как $s_{1;\,i} = 1$, а последний член $W_n = R_1\, s_{n;\,i} = D$, т.е. последний член ряда (8) равен сумме займа, а это означает, что долг за срок займа выплачен в полной мере. Размер погашенной задолженности, как следует из ряда и формулы (7), последовательно увеличивается от величины R_1 в конце первого года до суммы D в конце срока погашения.

Размер погашенной задолженности до начала года k определяется из уравнения:

$$W_k^{н} = R_1 s_{k-1;\,i}\,,\ k = 2,\ 3,\ ...,\ n,\ w_1^{н} = 0. \qquad (9)$$

Величины погашенной задолженности на начало года в соответствии с (9) образуют ряд:

$$0;\ R_1\, s_{1,\,i}\,;\ R_1 s_{2,\,i}\,;\ ...;\ R_1 s_{k-1,\,i}\,;\ ...\,;\ R_1 s_{n-1,\,i}\,;$$

$$\text{или}\ R_1; R_1\sum_{\ell=0}^{1}(1+i)^{\ell};...;\ R_1\sum_{\ell=0}^{k-1}(1+i)^{\ell};...;$$

$$R_1\sum_{\ell=0}^{n-1}(1+i)^{\ell};...;R_1\sum_{\ell=0}^{n}(1+i)^{\ell}.$$

Размер погашенной задолженности на начало года увеличивается от нуля на начало первого года и до величины

$$W_n^{н} = R_1\sum_{\ell=0}^{n=2}(1+i)^{\ell} = D - R_1(1+i)^n$$

на начало последнего года займа.

Величина долга на начало какого-либо года t при известной задолженности на этот период $W_k^{н}$ образует последовательность значений следующего ряда:

$$D;\ D - \quad;\ D - W_3^{н}\,;\ ...;\ D - W_k^{н}\,;\ ...;\ D - W_n^{н}$$

$$\text{или}\ D,\ D - R_1 s_{1;i}\,;\ D - R_1 s_{2;i}\,;\ ...;\ D - R_1 s_{k-1;i}\,;\ ...;\ D - R_1 s_{n-1;i}\,.$$

Остаток долга на начало года k равен

$$D_k^{н} = D - R_1\sum_{\ell=0}^{k-2}(1+i)^{\ell} = D - R_1 s_{k-1;i}\,,$$

$$k = 2,\ 3,\ ...,\ n,\ D_1^{н} = D\,. \qquad (10)$$

Методика формирования платежных потоков при реализации долгосрочного кредита по схеме R = const

Год	Расходы по займу	Расходы на погашение долга	Погашенный долг		Остаток долга		Проценты	Субсидии
	V	R_k	$W_k^н$	W_k	$D_k^н$	D_k	J_k^i	ΔC_k
1	$V=D/a_{n;\,i}$	$R_1=V\text{-}Di$	0	$R_1s_{1;\,i}$	D	$D\text{-}R_1s_{1;\,i}$	Di	$J_1^i - J_1^r$
2	V	$R_1= (1+i)$	$R_1s_{1;\,i}$	$R_1s_{2;\,i}$	$D\text{-}\ R_1s_{1;\,i}$	$D\text{-}\ R_1s_{2;\,i}$	$(D\text{-}\ R_1s_{1;\,i})i$	$J_2^i - J_2^r$
3	V	$R_1= (1+i)^2$	$R_1s_{2;\,i}$	$R_1s_{3;\,i}$	$D\text{-}\ R_1s_{2;\,i}$	$D\text{-}\ R_1s_{3;\,i}$	$(D\text{-}\ R_1s_{2;\,i})i$	$J_3^i - J_3^r$
. . .								
t	V	$R_1= (1+i)^{k-1}$	$R_1s_{k-1;\,i}$	$R_1s_{k;\,i}$	$D\text{-}\ R_1s_{k-1;\,i}$	$D\text{-}\ R_1s_{k;\,i}$	$(D\text{-}\ R_1s_{k-1;\,i})i$	$J_k^i - J_k^r$
. . .								
n	V	$R_1= (1+i)^{n-1}$	$R_1s_{n-1;\,i}$	$R_1s_{n;\,i}$	$D\text{-}\ R_1s_{n-1;\,i}$	$D\text{-}\ R_1s_{n;\,i}$	$(D\text{-}\ R_1s_{n-1;\,i})i$	$J_n^i - J_n^r$

Если учесть, что размер долга на начало последнего года займа равен

$$W_n^н = D - R_1(1+i)^n,$$

то остаток долга на начало последнего года займа составит

$$D_n^н = D - W_n^н = D - D + R_1(1+i)^n = R_1(1+i)^n.$$

Остаток долга на конец каждого года при известной погашенной задолженности W_k, $k = 1, 2, ..., n$ образует аналогичную последовательность в виде следующего ряда:

$$D - R_1s_{1;i}\ ;\ D - R_1s_{2;i}\ ;\ ...;\ D - Rs_{t;i}\ ;\ ...;\ D - R_1s_{n;i}\ .$$

При этом долг на конец года k составит

$$D_k = D - W_k = D - R_1\sum_{\ell=0}^{k-1}(1+i)^{\ell} = D - R_1s_{k;i}, \quad (11)$$
$$k = 1, 2, ..., n.$$

Учитывая, что величина погашенной задолженности на конец последнего года займа n равна сумме займа $D(W_n = D)$, остаток долга на конец года n равен нулю, т.е.

$$D_n = D - W_n = D - R_1s_{n;\,i} = D - D = 0.$$

Определим величину процентов, выплачиваемую в конце каждого года, в случае, когда расходы по займу являются постоянными величинами. Так как проценты начисляются на размер долга в начальный период, величины процентов составят следующий ряд:

$$D_i\ ;\ (D - W_2^н)i;\ (D - W_3^н)i;\ ...;(\ D - W_k^н)i;\ ...;\ (\ D - W_n^н)i$$

или D_i ; $(D - Rs_{1;\,i})\ i$; $(D - Rs_{2;\,i})\ i$; ...; $(D - R_1s_{\ k-1\ ;\ i})\ i$; ...; $(D - R_1s_{\ n-1\ ;\ i})\ i$.

Процентные платежи, выплачиваемые в конце года k, определяются из уравнения

$$J_k = (D - R,\ s_{k-1;\,i})\ i,\ k = 2, 3, ..., n\ ,\ J_1 = D \cdot i, \quad (12)$$

а величина процентов, выплачиваемая в конце года n, составит в соответствии с формулой (12):

$$J_n = (D - R,\ s_{n-1;\,i})\ i =$$
$$= (\ D - D + R_1\ (\ 1 + i)^n)\ i = R_1 i\ (1 + i)^n\ .$$

Полученные уравнения (3) - (12) в совокупности позволяют сформировать план погашения займа заемщиком при условии постоянства срочных выплат.

В общем виде взаимосвязанные модели финансовых потоков при формировании методики погашения задолженности во времени в условиях субсидирования со стороны государства представлены в таблице.

В последнем столбце таблицы проценты по льготной ставке r в k-й период рассчитываются по уравнению $J_k^r = (D - R_1^r s_{k-1;\,r})r$, $k = 1, 2, ... , n$.

Величины субсидий, выплачиваемых со стороны государства ДC, определяются как разность величин процентов по рыночной процентной ставке i и по льготной процентной ставке r.

При льготном периоде, равном L, и выплате процентов в конце каждого периода балансовое уравнение, характеризующее равенство обязательств между кредитором и заемщиком, имеет вид:

$$D = D \cdot i \cdot a_{L,i} + V^i \cdot a_{n-L,i} \cdot \frac{1}{(1+i)^L},$$

$$D = D \cdot r \cdot a_{L,r} + V^r \cdot a_{n-L,r} \cdot \frac{1}{(1+r)^L}.$$

Здесь величины периодических выплат определяются по формулам:

$$V^i = D\ /\ a_{n-L,i},\ V^r = D\ /\ a_{n-L,r}.$$

Общий план погашения задолженности может быть легко переведен в конкретный вид при заданных параметрах контракта D, n, i, r.

1. *Мелкумов Я.С., Румянцев В.Н.* Финансовые вычисления в коммерческих сделках. М., 1994.

2. *Четыркин Е.М.* Методы финансовых и коммерческих расчетов. М., 2005.

Поступила в редакцию 08.04.2010 г.