Определение оптимальных инвестиционных решений с использованием компьютерного моделирования

© 2009 О.В. Павлов, Т.А. Мошкова
Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Павлова

Рассматривается проблема принятия оптимальных инвестиционных решений. Для решения задачи применяется дискретный принцип максимума Понтрягина. Предложен численный алгоритм определения оптимальных инвестиционных решений. Разработана компьютерная модель в электронной таблице Microsoft Excel. Приводятся примеры определения оптимальных инвестиционных решений с использованием компьютерного моделирования.

Ключевые слова: оптимальные инвестиционные решения, задача оптимального управления, дискретный принцип максимума Понтрягина, численный алгоритм, компьютерное моделирование.

Введение

Принятие инвестиционных решений заключается в определении: сколько средств необходимо инвестировать, в какое время и в какие активы. Задачи управления инвестициями в непрерывной постановке рассматривались в работах[1], однако для практических экономических расчетов более предпочтительным является решение задачи в дискретном виде. В данной статье для обоснования инвестиционных решений применяется теория оптимального управления дискретными процессами[2].

Дискретная задача управления реинвестициями промышленного предприятия рассматривалась в работе[3]. Численный алгоритм определения оптимальных инвестиционных решений, применяемый в этой статье, предложен в работе[4].

Предполагается, что промышленное предприятие является единственным участником инвестиционного проекта по производству нового вида продукции. Инвестиции осуществляются за счет собственных средств предприятия. Экономическая эффективность проекта оценивается в целом, и схема финансирования не учитывается. Рассматриваются денежные потоки от операционной (производственной) и инвестиционной деятельности[5]. Количество производимой продукции предприятием равно прогнозируемому объему продаж.

1. Постановка дискретной задачи определения оптимальных инвестиционных решений

Сформулируем проблему принятия оптимальных инвестиционных решений как задачу оптимального управления дискретной системой. В качестве управления α_t примем долю от накопленного финансового ресурса предприятия, предназначенного для инвестиций INV_t. На управление α_t наложено следующее ограничение:

$$0 \le \alpha_t \le 1. \quad (1)$$

Если весь имеющийся на предприятии финансовый ресурс INV_t инвестируется в рассматриваемый проект, то $\alpha_t = 1$, если не инвестируется, то $\alpha_t = 0$.

Денежный поток от инвестиционной деятельности определится выражением:

$$ICF_t = \alpha_t INV_t. \quad (2)$$

Дискретное уравнение, описывающее изменение стоимости основных средств (внеоборотных активов) FA_t *(Fixed assets),* запишется:

$$FA_{t+1} = FA_t - k_t FA_t + \alpha_t INV_t, \ t = 0, n-1, \quad (3)$$

с начальным условием FA_0,

где k_t - коэффициент выбытия основных средств на шаге расчетного периода t;

n - число шагов расчетного периода инвестиционного проекта (горизонт планирования).

В качестве критерия оценки экономической эффективности проекта рассматривается чистый приведенный доход (*Net Present Value)*:

[1] См.: *Горелик В.А., Кононенко А.Ф.* Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М., 1982; *Павлов О.В.* Оптимальные стратегии привлечения финансовых ресурсов для развития фирмы в длительном периоде // Вестн. Самар. гос. аэрокос. ун-та. 2004. № 1(5). С. 147-152; *Косачёв Ю.В.* Экономико-математические модели эффективности финансово-промышленных структур. М., 2004.

[2] *Болтянский В.Г.* Оптимальное управление дискретными системами. М., 1973.

[3] *Павлов О.В., Мошкова Т.А.* Оптимальное управление инвестициями в проекте промышленного предприятия // Экон. науки. 2009. № 2(51). С. 295-299.

[4] *Павлов О.В.* Численный алгоритм оптимального управления инвестициями промышленного предприятия // Экон. науки. 2009. № 4(53). С. 324-327.

[5] *Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А.* Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика: Учеб. пособие. М., 2004.

$$NPV = \sum_{t=0}^{n} \frac{NCF_t}{(1+r)^t}, \quad (4)$$

где NCF_t - чистый денежный поток инвестиционного проекта (*Net Cash Flow*);

r - ставка дисконтирования.

Чистый денежный поток инвестиционного проекта на шаге расчетного периода *t* определяется как разница денежных потоков от операционной деятельности (*Operating Cash Flow*) OCF_t и инвестиционной (*Investment Cash Flow*) ICF_t [6]:

$$NCF_t = OCF_t - ICF_t, \quad t = 0, n. \quad (5)$$

Денежный поток от операционной деятельности рассчитывается:

$$OCF_t = REV_t - NOC_t - PT_t, \quad (6)$$

где REV_t - выручка (*Revenue*), объем реализации произведенной продукции;

NOC_t - чистые операционные издержки (*Net Operating Costs*);

PT_t - налог на прибыль (*Profit Tax*).

Объем реализации от продаж произведенной продукции определяется:

$$REV_t = P_t Q_t, \quad (7)$$

где P_t - цена продукции;

Q_t - количество проданной продукции.

Чистые операционные издержки включают: материальные затраты MC_t (*Material Costs*), заработную плату WS_t (*Wages and Salary*), начисления на заработную плату WC_t (*Wages Charges*):

$$NOC_t = MC_t + WS_t + WC_t.$$

Материальные затраты рассчитываются:

$$MC_t = Cm_t Q_t,$$

где Cm_t - удельные материальные затраты (материальные затраты на единицу продукции).

Фонд заработной платы определяется:

$$WS_t = w_t L_t,$$

где w_t - средняя ставка заработной платы персонала;

L_t - численность производственного персонала, пропорциональная объему производства. Численность персонала определяется:

$$L_t = l_t Q_t,$$

где l_t - количество персонала, необходимого для выпуска единицы продукции.

[6] *Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А.* Указ. соч.

Начисления на заработную плату рассчитываются:

$$WC_t = \tau_w WS_t,$$

где τ_w - ставка единого социального налога.

Запишем чистые операционные издержки в следующем виде:

$$NOC_t = Q_t C_t, \quad (8)$$

где C_t - удельные переменные затраты (переменные затраты на единицу продукции).

Удельные переменные затраты рассчитываются по формуле

$$C_t = Cm_t + (1+\tau_w) w_t l_t. \quad (9)$$

Налог на прибыль рассчитывается:

$$PT_t = \tau_c \left(REV_t - NOC_t - DEP_t \right), \quad (10)$$

где τ_c - ставка налога на прибыль;

DEP_t - амортизационные начисления (*Depreciation*).

Для расчета износа внеоборотных активов (основных средств) предприятия (*Fixed Assets*) FA_t используется метод равномерного начисления амортизации:

$$DEP_t = \mu FA_t, \quad (11)$$

где μ - норма амортизации.

Процесс производственной деятельности предприятия описывается производственной функцией Леонтьева:

$$P_t Q_t = f_t FA_t, \quad (12)$$

где $P_t Q_t$ - объем произведенной продукции в стоимостном выражении;

f_t - фондоотдача основных средств предприятия.

Подставим формулы (7) - (12) в выражение для денежного потока от операционной деятельности:

$$OCF_t = RFA_t FA_t, \quad (13)$$

где RFA_t - доходность основных средств предприятия. Экономическим смыслом доходности является величина операционного денежного потока, приходящаяся на единицу стоимости основных средств предприятия.

Доходность основных средств определяется:

$$RFA_t = (1-\tau_c) \left[f_t \frac{P_t - C_t}{P_t} \right] + \tau_c \mu. \quad (14)$$

Выражение для чистого приведенного дохода (4) с учетом (2), (5) и (13) запишется:

$$NPV = \sum_{t=0}^{n} \frac{RFA_t FA_t - \alpha_t INV_t}{(1+r)^t} \to \max. \quad (15)$$

Сформулируем задачу оптимального управления: зная начальное состояние основных средств промышленного предприятия FA_0, необходимо выбрать такое допустимое управление инвестициями α_t (1) для дискретной системы (3), чтобы чистый приведенный доход предприятия (15) за весь горизонт планирования принял максимальное значение.

2. Решение дискретной задачи определения оптимальных инвестиционных решений

Применим для решения задачи дискретный принцип максимума Понтрягина[7]. Запишем гамильтониан:

$$H_t = \left\{ \Psi_{t+1} - \frac{1}{(1+r)^t} \right\} \alpha(t) INV_t + \\ + \Psi_{t+1} FA_t (1-k) + \frac{RFA_t FA_t}{(1+r)^t}.$$

Из условия максимума гамильтониана определится структура оптимального управления:

$$\alpha_t^{opt} = \begin{cases} 1, \ \textit{если} \ \Psi_{t+1} - \dfrac{1}{(1+r)^t} \geq 0 \\ 0, \ \textit{если} \ \Psi_{t+1} - \dfrac{1}{(1+r)^t} < 0. \end{cases} \quad (16)$$

Уравнение для сопряженной системы запишется:

$$\Psi_t = \frac{\partial H_t}{\partial FA} = \Psi_{t+1}(1-k) + \frac{RFA_t}{(1+r)^t}, \\ t = n, 0. \quad (17)$$

Из условия трансверсальности $\Psi_{n+1} = 0$ следует $\alpha_n = 0$.

Анализируя выражение (17), приходим к выводу, что сопряженная система решается независимо от исходной системы (3). Таким образом, определяя сопряженную переменную Ψ_t по формуле (17) с известным граничным условием $\Psi_{n+1} = 0$, возможно найти оптимальное управление (16).

Для определения оптимального управления инвестициями применяется следующий численный алгоритм, предложенный в работе[8]:

1) рассчитываются по формуле (9) удельные переменные затраты C_t;

2) рассчитывается по формуле (14) доходность основных средств предприятия RFA_t;

3) рассчитывается по формуле (17) сопряженная переменная Ψ_t для расчетных шагов от n до 1;

4) определяется оптимальное управление по формуле (16) для расчетных шагов от 0 до n - 1.

3. Определение оптимальных инвестиционных решений с использованием компьютерного моделирования

Предложенный численный алгоритм нахождения инвестиционных решений был реализован с помощью электронной таблицы Microsoft Excel. Разработанная компьютерная модель может быть использована для исследования зависимости оптимального инвестиционного решения от различных параметров проекта: цены продукции, удельных затрат продукции, объема продаж и других. Пример такого исследования приведен в табл. 1-3.

В табл. 1 представлен пример расчета экономической эффективности инвестиционного проекта промышленного предприятия. Горизонт планирования данного инвестиционного проекта составляет 5 лет. Применение компьютерного моделирования позволило определить оптимальное инвестиционное решение. Данный проект является экономически эффективным, оптимальным является инвестирование финансовых средств с 0-го по 2-й год. Чистый приведенный доход составил 2722,14 тыс. руб. При увеличении удельных затрат с 5000 руб. до 7000 руб. инвестиционный проект становится экономически невыгодным, оптимальной стратегией является отказ от инвестирования (см. табл. 2). В случае роста цены продукции оптимальным является инвестирование финансовых средств еще и в 3-м году (см. табл. 3). Чистый приведенный доход в этом случае составит 3818,18 тыс. руб.

Поступила в редакцию 08.05.2009 г.

[7] *Болтянский В.Г.* Указ. соч.

[8] *Павлов О.В.* Численный алгоритм...