

## Зависимость увеличения инвестиций от прироста ВРП в расчете “эффекта мультипликатора инвестиций”

© 2009 О.В.Савинова

кандидат экономических наук, доцент

© 2009 Е.М. Королева

Пензенский государственный педагогический университет  
им. В.Г. Белинского

Рассматриваются основные моменты классической кейнсианской теории относительно эффекта мультипликатора инвестиций. Выдвигается несколько гипотез для анализа влияния ВРП и годовой процентной ставки на инвестиции. На основе статистических данных Пензенской области с помощью регрессионного анализа производится оценка степени влияния данных факторов на инвестиции.

*Ключевые слова:* инвестиции, эффект мультипликатора, прирост ВРП, годовая процентная ставка, стабильный экономический рост.

Одной из наиболее острых проблем современной России остается достижение стабильного экономического роста. В числе факторов, оказывающих воздействие на динамику экономического развития, решающая роль, несомненно, принадлежит инвестиционной сфере. В сложившейся ситуации инвестиции выступают важнейшим средством обеспечения условий выхода России из состояния хронического экономического кризиса, осуществления структурных сдвигов в народном хозяйстве, внедрения современных достижений прогресса, повышения показателей хозяйственной деятельности на микро- и макроуровнях. Активизация инвестиционного процесса является одним из наиболее действенных механизмов дальнейших социально-экономических преобразований.

Классическая кейнсианская теория утверждает, что существует “эффект мультипликатора инвестиций”. Мультипликатор, выражающий связь между приростом инвестиций и приростом дохода, усиливает (множит) воздействие инвестиционного спроса на увеличение доходов. Мультипликационный эффект состоит в том, что увеличение инвестиционного спроса неизбежно

сопровождается увеличением спроса на потребительские товары, причем в большей степени, чем спроса на инвестиции. Рост доходов означает увеличение спроса на потребительские товары. Следовательно, растут выпуск и доходы в отраслях, производящих предметы потребления, это вызывает расширение производства и доходов в “третичном” секторе.

Мультипликационный эффект проявляет себя при определенных условиях: наличии незагруженных мощностей, свободной рабочей силы. Его действие наиболее заметно в условиях подъема. Падение инвестиций сопровождается кумулятивным падением потребительского спроса. В то же время инвестиции по Кейнсу зависят, прежде всего, от двух факторов: изменения реального объема ВВП и реальной ставки процента.

Для многих исследователей представляет интерес ответить на следующие вопросы: можно ли экспериментально доказать влияние инвестиций на ВРП и обратное влияние ВРП на инвестиции, а также существует ли зависимость уровня инвестиций от ставки процента и какова она?

Сформулируем гипотезу - с увеличением инвестиций происходит увеличение ВРП. Про-

**Таблица 1. Величина ВРП и инвестиций (Пензенская область), млн. руб.**

Год	Инвестиции в основной капитал, млн. руб.	ВРП, млн. руб.
1998	2076	10545,5
1999	2594	17825,2
2000	3956	25218,7
2001	6107	33262,6
2002	6820	41623,4
2003	8618,6	48111,5
2004	11166,2	59711,7
2005	15689	74362,7
2006	25459,1	91074,5
2007	39929	105828,57

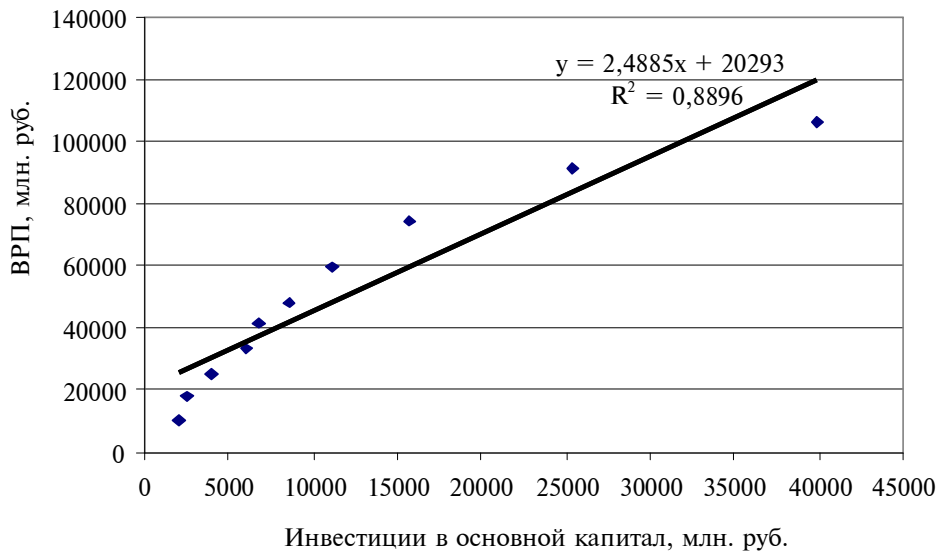


Рис. 1. Зависимость ВРП от инвестиций (Пензенская область)

верим данное утверждение экспериментально. Воспользуемся данными табл. 1, чтобы найти модель типа  $Y = f(I)$ , где  $Y$  - ВРП,  $I$  - объем инвестиций. Для этого применим стандартный метод определения линии регрессии (рис. 1).

Функция имеет вид  $Y = 2,4I + 20293$ . Оценка параметров уравнения (формулы (1), (2)) дает нам следующие результаты:

$$b = \frac{\sum (y_i - \text{уср})(x_i - \text{хср})}{\sum (x_i - \text{хср})^2}; \quad (1)$$

$$\text{аср} = \text{уср} - b\text{хср}. \quad (2)$$

Оценка параметра  $\beta$ :  $b = 2,488501$  - показывает, что мультипликатор равен 2,4. Это значит, что при увеличении инвестиций на 1 млн. руб. ВРП увеличится на 2 млн. руб. Оценка параметра  $\alpha$ :  $a = 20293,48$ . Данное значение дает прогнозируемое значение ВРП. То есть если инвестиции равны 0, то ВРП = 20293,48. Также, согласно этой модели, ВРП может быть равным 0 в случае, если инвестирование сменится заимствованием. Поэтому, учитывая то, что мы не рассматриваем другие факторы, кроме инвестиций и ВРП, можно сделать вывод, что в зависимости от конкретной ситуации подобные вычисления могут как иметь, так и не иметь смысла.

Далее произведем оценку значимости уравнения в целом. Чтобы определить меру зависимости и тесноту связи между переменными (в нашем случае это инвестиции и ВРП), найдем коэффициент корреляции ( $r$ ):

$$r = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad r = 0,943209826. \quad (3)$$

На основании расчетов можно сделать вывод, что связь между переменными прямая и тесная, так как мы получили положительное чис-

ло, близкое к 1, т.е. некоторый прирост инвестиций приводит к значительному росту ВРП.

Для оценки статистической значимости (насколько данное утверждение соответствует реальности) коэффициента корреляции рассмотрим две гипотезы:  $H_0$  - коэффициент корреляции статистически незначим;  $H_1$  - коэффициент статистически значим.

Коэффициент корреляции статистически значим, если доверительный интервал для данного коэффициента не содержит 0. Доверительный интервал показывает, что случайная величина примет значения в некотором интервале с определенной вероятностью:

$$r - t_{\text{таб}} \sigma_r \leq r \leq r + t_{\text{таб}} \sigma_r, \quad (4)$$

где  $t_{\text{таб}}$  - табличное значение;

$\sigma_r$  - среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}, \quad (5)$$

где  $n$  - объем выборки;

$$\sigma_r = 0,11745;$$

$$t_{\text{таб}} = 3,36, \text{ значит } 0,54858 \leq r \leq 1,33784.$$

Таким образом, доверительный интервал для коэффициента корреляции не содержит 0. Значит, коэффициент корреляции статистически значим. Значимость коэффициента корреляции свидетельствует о связи между переменными ( $r$  не равно 0), в противном случае связи нет. Коэффициент корреляции показывает, что переменные связаны друг с другом, но не показывает каким образом. Коэффициент детерминации ( $R^2$ ) показывает, на сколько процентов изменение зависимой переменной  $y$  обусловлено изменением

объясняющей переменной  $x$ , т.е. насколько объясняющая величина влияет на ту переменную, которую мы описываем. В нашем случае имеется в виду, насколько сильно инвестиции влияют на ВРП и насколько это соответствует реальности.

Максимальное значение коэффициента  $R^2$  равно единице. Это происходит, когда линия регрессии точно соответствует всем наблюдениям и все остатки равны 0. Если в выборке отсутствует видимая связь между  $y$  и  $x$ , то коэффициент  $R^2$  будет близок к 0. Желательно, чтобы коэффициент  $R^2$  был как можно больше. Коэффициент детерминации рассчитывается по формуле

$$R^2 = \frac{D(\hat{y})}{D(y)} = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}, \quad (6)$$

где  $y$  - изменение доходности акций;

$\bar{y}$  - среднее изменение значения доходности акций;

$\hat{y}$  - прогнозируемое значение, рассчитанное с помощью уравнения регрессии.

Так как  $R^2=0,8896$ , то изменение ВРП обусловлено изменением инвестиций на 88,96 %.

Значимость уравнения регрессии означает соответствие математической модели, выражающей зависимость между переменными, экспериментальным данным и достаточность включенных в уравнение объясняющих переменных для описания зависимой переменной. Значимость уравнения регрессии определяется с помощью F-критерия Фишера. Чем больше значение F-критерия Фишера, тем более статистически значимо данное уравнение регрессии. F-критерий рассчитывается по формуле

$$F_{расч} = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(n-k-1)}, \quad (7)$$

где  $R^2$  - коэффициент детерминации;

$k$  - число независимых переменных;

$n$  - количество наблюдений.

Для определения значимости уравнения выдвинем гипотезы:  $H_0$  - уравнение регрессии статистически незначимо;  $H_1$  - уравнение регрессии статистически значимо.

Если  $F_{расч} > F_{таб}$ , то уравнение статистически значимо.  $F_{таб} = 5,32$  (для уровня значимости 0,01);  $F_{расч} = 64,49317$ , таким образом,  $F_{таб} < F_{расч}$ , из этого следует, что гипотеза  $H_1$  верна.

Для проверки адекватности уравнения регрессии (реальность существования зависимости влияния инвестиций на ВРП) необходимо провести следующие тесты: тест на проверку равенства математического ожидания нулю; тест на соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону распределения; тест на проверку независимости уровней случайной компоненты. Если результаты тестов удовлетворяют условиям Гаусса-Маркова, то уравнение регрессии адекватно (реально отражает зависимость). Условия Гаусса-Маркова следующие: математическое ожидание случайной компоненты равно нулю ( $M(\varepsilon) = 0$ ); случайные составляющие должны быть независимы друг от друга в разных наблюдениях  $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ , если  $i \neq j$ ; нормальность распределения случайной компоненты.

Для проверки равенства математического ожидания случайной компоненты нулю выдвинем гипотезы:  $H_0$  - математическое ожидание случайной компоненты не равно 0;  $H_1$  - математическое ожидание случайной компоненты равно 0. Для проверки равенства необходимо сравнить

$t_{расч-1}$  и  $t_{критич}$ . Если  $t_{расч-1} < t_{критич}$ , то

$$M(\varepsilon) = 0, \text{ где } t_{расч-1} = \frac{\bar{\varepsilon} - 0}{\sigma_\varepsilon}, \quad (8)$$

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{n-1}}, \quad (9)$$

$$t_{расч-1} = 1,65373E-16,$$

из этого следует  $1,65373E-16 < 3,36$ . Так как  $t_{расч-1} < t_{критич}$ , математическое ожидание случайной компоненты равно 0.

Для определения независимости значений уровней случайной компоненты предположим следующее:  $H_0$  - значения уровней случайной компоненты зависимы;  $H_1$  - значения уровней случайной компоненты независимы.

Независимость значений уровней случайной компоненты определяется с помощью критерия Дарбина - Уотсона ( $d$ ):

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}, d \in [0;4], \quad (10)$$

если  $d \in [0; d_l]$ , то это свидетельствует о положительной автокорреляции; если  $d \in [d_l; d_u]$ , то мы не можем сделать выводов; если  $d \in [d_u; 2]$ , то зависимости между остаточными компонентами нет; если  $d \in [2; 4]$  то рассматриваем величину  $d^r = 4 - d$ . Если  $d^r \in [2; 4]$ , то это говорит о зависимости некоторой случайной величины от самой себя в прошлом. В нашем случае критерий Дарбина - Уотсона равен:  $d = 0,848012529$ ;  $d_l = 0,82$ ;  $d_u = 1,75$ . Расчетное значение критерия Дарбина - Уотсона находится в интервале  $d \in [d_l; d_u]$  - значения уровней случайной компоненты независимы.

Для определения соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону выдвинем две гипотезы:  $H_0$  - распределение случайной компоненты не соответствует нормальному закону распределения;  $H_1$  - распределение случайной компоненты соответствует закону распределения. Судить о том, соответствует ли распределение случайной компоненты нормальному закону распределения можно при помощи  $R/S$  критерия. Формула для расчета данного показателя следующая:

$$R / S = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{\sqrt{\sum \varepsilon_i^2 / n - 1}}. \quad (11)$$

Если расчетное значение  $R/S$  критерия попадает в интервал между критическими значениями (табличные значения), то распределение остаточной компоненты нормальное:  $0,093 < R/S < 1,25$ ;  $R/S = 0,105294053$ .

$R/S \in [0,093; 1,25]$ .

На основе проведенного анализа можно сделать вывод, что рассматриваемая модель, описывающая зависимость ВРП от инвестиций, является точной, адекватной и соответствует реальности. Из этого следует, что изменение инвестиций влияет на ВРП и данная сила влияния достаточно велика.

Рассмотрим влияние ВРП на уровень инвестиций. Построим график рассеивания (см. табл. 1) и сформируем гипотезу: с ростом ВВП происходит увеличение инвестиций в основной капитал. Вычислим показатель мультипликатора, в данном случае он демонстрирует, как рост ВРП влияет на рост инвестиций, т.е. определенный размер ВРП дает нам возможность сберечь его определенную часть. Согласно кейнсианской теории, чем больше объем ВРП, тем больше объем сберегаемой части. В долгосрочном периоде сбережения равны инвестициям, следовательно, можно проследить за увеличением объема инвестиций при увеличении ВРП: построим функцию зависимости инвестиций от ВРП и вычислим уравнение регрессии (рис. 2).

Как видно из рис. 2, мультипликатор инвестиций равен примерно 35%, т.е. около 35% ВРП сберегается и направляется на инвестирование.

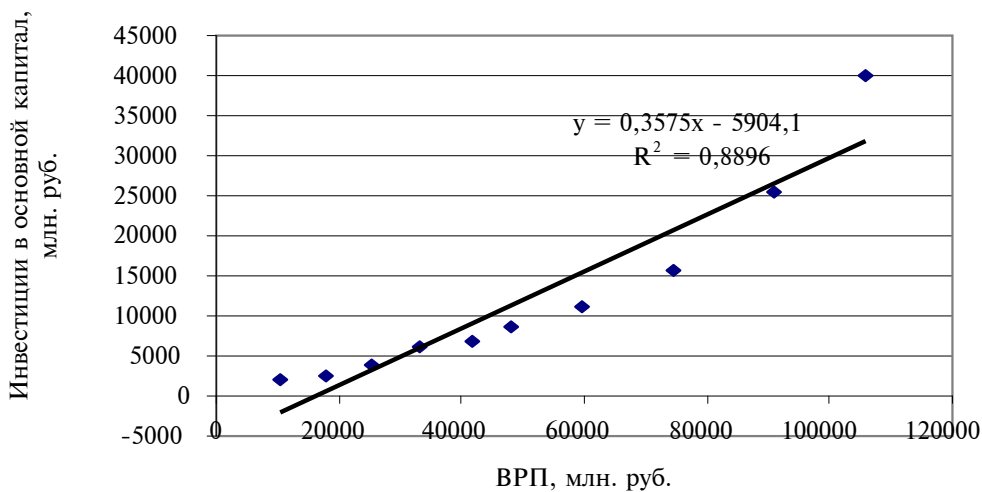
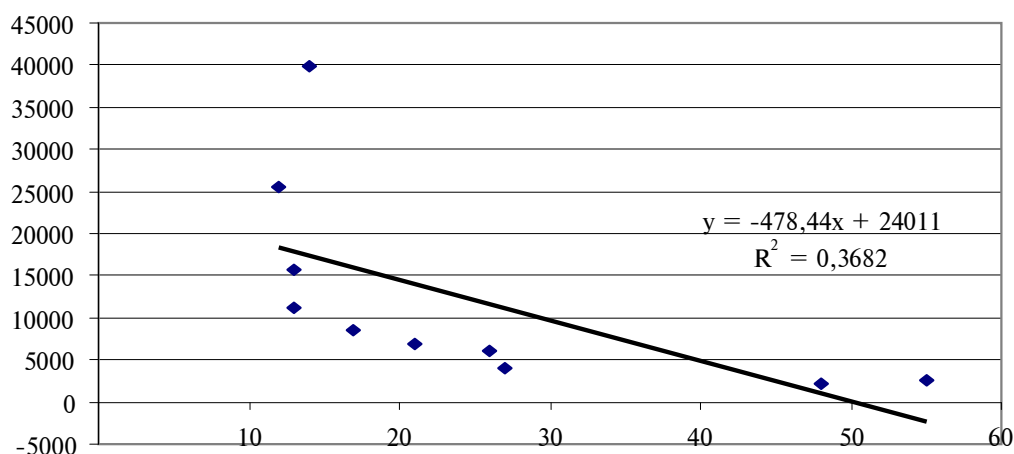


Рис. 2. Зависимость инвестиций от ВРП (Пензенская область), млн. руб.

**Таблица 2. Изменение инвестиций в основной капитал при изменении средней ставки рефинансирования (Пензенская область), %**

Год	Ставка рефинансирования, %	Инвестиции в основной капитал, млн. руб.
1998	48	2076
1999	55	2594
2000	27	3956
2001	26	6107
2002	21	6820
2003	17	8618,6
2004	13	11166,2
2005	13	15689
2006	12	25459
2007	14	39929



**Рис. 3. Изменение инвестиций при изменении ставки рефинансирования (Пензенская область)**

Данная модель также является адекватной, поскольку график рассеивания не содержит нетипичных значений, коэффициент корреляции равен 0,94321, что говорит о том, что связь между переменными прямая и тесная, коэффициент корреляции статистически значим, поскольку доверительный интервал не содержит 0:  $0,54858 \leq r \leq 1,33784$ .

Коэффициент детерминации близок к 0, это говорит об отсутствии видимой связи между ВРП и инвестициями в основной капитал. F-критерий Фишера больше табличного значения,  $F_{таб} = 5,32 < F_{расч} = 64,49317$ , поэтому уравнение статистически значимо. Математическое ожидание случайной компоненты равно 0, так как  $t_{расч-1} \leq t_{критич}$ :  $-2,20497E-16 < 3,3$ ,  $d \in [d_u; 2]$ , поэтому зависимости между остаточными компонентами нет,  $d = 1,24102$ . R/S критерия попадает в интервал между критическими значениями, поэтому распределение остаточной компоненты нормальное:  $0,093 < R/S < 1,25$ ;  $R/S = 0,12053$ .

В результате того, что зависимость  $Y = 0,36 - 5904$  не удовлетворяет всем критериям оценки - данная модель не в полной мере отражает зависимость объема инвестиций от величины ВРП, из чего можно предположить, что наряду с влиянием

размера ВРП на инвестиции, большее влияние оказывают другие факторы. Об этом также говорит небольшое значение коэффициента мультипликатора - 0,35. Рассмотрим зависимость уровня инвестиций от ставки процента.

Сформулируем гипотезу: при снижении ставки рефинансирования происходит рост инвестиций в основной капитал. На основании данных табл. 2 построим диаграмму (рис. 3).

Оценим общее качество данных:  $b = -478,44$ , что означает, что при увеличении ставки рефинансирования на 1% происходит снижение инвестиций на 478 млн. руб.,  $a = 24011$  - это прогнозируемое значение инвестиции в случае, если ставка рефинансирования станет равной 0, также данная модель демонстрирует тот факт, что при определенном значении ставки рефинансирования инвестиции принимают нулевое значение. Но, так же как и в двух предыдущих моделях, по причине того, что мы не учитываем другие факторы, данные вычисления могут иметь или не иметь смысла.

Полученное уравнение регрессии представлено на рис. 3. Произведем оценку значимости уравнения:  $r = -0,6$ , на основании этого можно сказать, что связь между переменными тесная и

обратная; коэффициент детерминации показывает, что изменение объема инвестиций обусловлено изменением ставки рефинансирования лишь на 37%; значение F-критерия Фишера (4,66) меньше табличного значения (5,32), что говорит о статистической незначимости уравнения. При проверке адекватности уравнения были получены следующие показатели: математическое ожидание случайной компоненты не равно 0, так как  $t_{расч-1} > t_{критич}$  (8,2 > 3,3); значения случайной компоненты независимы, поскольку  $d=1,24 \in [0,82; 1,75]$ ; распределение остаточной компоненты нормальное, так как расчетное значение  $R/S$  критерия (0,1158) находится в интервале [0,093; 1,25]. Поэтому можно сделать вывод, что данная модель является адекватной и статистически значимой, но, наряду с влиянием ставки рефинансирования на размер инвестиций в основной капитал, все же большее влияние имеют другие факторы.

Итак, в результате мы получили модели зависимости инвестиций от ВРП и ставки процента, а также модель зависимости ВРП от объема инвестиций в основной капитал и на основании

проведенных вычислений сформировали определенные выводы в отношении каждой из моделей. Однако стоит сказать, что представленные здесь вычисления обладают определенными недостатками, такими как: использование малой выборки данных из-за отсутствия необходимого объема показателей, также рассмотрение одного влияющего фактора в каждой из рассматриваемых моделей, номинальный характер величин приводят к определенной погрешности вычислений.

Но все же, данное исследование представляет некоторый интерес, поскольку позволяет определить общую динамику рассмотренных экономических процессов, что особенно важно, ведь динамичное и эффективное развитие инвестиционной деятельности является необходимым условием стабильного функционирования и развития экономики, поскольку масштабы, структура и эффективность использования инвестиций во многом определяют результаты хозяйствования на различных уровнях экономической системы, состояние, перспективы развития и конкурентоспособность национального хозяйства.

*Поступила в редакцию 10.03.2009 г.*