

ОЦЕНКА ВОЛАТИЛЬНОСТИ СПОТОВОЙ ЦЕНЫ ГАЗА США В МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ С ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНОСТЬЮ

© 2018 Колпаков Даниил Васильевич

ассистент кафедры эконометрики и математических методов экономики

МШЭ МГУ им. М.В. Ломоносова

119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, корп. 61

E-mail: kolpakov@mse-msu.ru, kolpakov.d.v@yandex.ru

Актуальность данного исследования определяется значительным влиянием на экономику волатильности цены энергии, в том числе, волатильности цены газа. Высокая волатильность цены энергии может привести к снижению прямых инвестиций, к снижению спроса в экономике и, кроме того, может способствовать развитию шоков. Цель данного исследования — определить периоды волатильности цены спотового газа Henry Hub и сопоставить их с периодами шоков в экономике США. Для этого была поставлена задача провести оценку волатильности спотовой цены газа США в Марковской модели переключения режимов с гетероскедастичностью. При помощи данной модели было выделено 2 режима переключения волатильности спотовых цен на газ Henry Hub. В работе установлено, что в первом режиме отмечается высокая волатильность спотовой цены газа, которая в большой мере связана с высоким ростом цены нефти. Также установлено, что пики волатильности цены газа связаны с влиянием на экономику ураганов (2005 г.) и влиянием аномально холодной зимы (2005 г., 2007 г., 2009–2010, 2014 г.). В первом режиме переключения волатильности пики высокого роста спотовой цены газа (в 2001 и 2008 годах) совпадают по времени с экономическими кризисами 2001 и 2008 гг. Во втором режиме переключения наблюдается относительно низкая волатильность спотовой цены газа на фоне снижения цены газа. Этот режим переключения волатильности цены газа включает период с 1997 по 2001 годы (в это время на рынке наблюдалась низкая цена газа и нефти). А также, период с 2011 по 2013 гг., когда цена на газ снижалась на фоне высокого предложения газа и сокращения импорта газа, связанного с ростом сланцевой добычи в США и период с 2015 по 2016 гг. (снижение цены газа было связано с влиянием на экономику обрушения цены нефти в 2014 году).

Ключевые слова: Марковская модель, модель переключения режимов, оценка волатильности, экономический кризис, цена газа, газ, нефть, шок.

Введение

Модель авторегрессии Маркова с переключениями режимов MSAR (марковское переключение для AR) является одной из наиболее часто используемых моделей для описания различных режимов временных рядов.

В 1972 году Ричард Э. Куандт представил модель переключения режимов [23]. Стивен М. Голдфельд и Ричард Э. Куандт (1973) расширили эту модель применив марковское переключение [9]. В 1989 году Джеймс Д. Хамилтен описал MSAR и процедуру операционной фильтрации для оценивания функции правдоподобия [11].

Для оценки волатильности экономических и финансовых показателей в периоды шоков в экономике успешно применяются модификации Марковской модели, предложенные в работах Чанг-Джин Кима (1994), а также, Чанг-Джин Кима и Чарльза Р. Нельсона (1999) [18, 19]. Также

широко в научных исследованиях применяют и другие модификации Марковской модели (например, такие как: модель переключения режимов с изменяющимися во времени вероятностями перехода Фрэнсиса Диболда и др. (1994) и модель переключения режимов с авторегрессирующей условной гетероскедастичностью в работе Джеймса Д. Хамилтена и Рауля Сусмела (1994) и, кроме того, ряд других модификаций) [3, 5–7, 11–15, 18, 19, 21, 24].

Большой интерес ученых к модификациям модели переключения Маркова, таким как, например, GARCH модели с Марковскими переключениями (MSGARCH), во многом оправдан тем, что они успешно описывают сложные динамические закономерности, в частности в работе Майкла Дж. Дюкера (1997) сравниваются четыре марковских модели переключения с условной гетероскедастичностью для оценки прогнозов

волатильности как предсказаний вмененных волатильностей опционов [1, 4, 16, 17, 22]. Обобщенная модель авторегрессионной условной гетероскедастичности GARCH (p, q) описана у Боллерслева (1986) и Тейлора (1986) [2, 25]¹.

В работе Ари Абрамсона и Израэля Коэна разработан комплексный подход для анализа стационарности марковских моделей переключения GARCH в общем случае m -состояния Марковских цепей и процессов GARCH (p, q) (2007) [1].

К достоинствам марковской модели переключения можно отнести относительно высокую эффективность и хорошую наглядность на графиках полученных результатов (определение в модели различных режимов переключения позволяет исследователю более точно интерпретировать полученные результаты).

Цель и задачи исследования

Цель данного исследования состоит в том, чтобы определить периоды волатильности спотовой цены газа Henry Hub и сопоставить их с периодами шоков в экономике США. Для этого в работе была поставлена задача провести оценку волатильности спотовой цены газа США в марковской модели переключения режимов с гетероскедастичностью.

Описание данных

В качестве переменной используются квартальные данные спотовой цены газа США Henry Hub за период с 1997 года по 2017 год включительно². Общее количество наблюдений - 84 шт. (средняя цена газа за квартал). Источником данных является Управление энергетической информации США (U.S. Energy Information Administration, EIA)³.

Для проведения исследования в данной модели переключений Маркова первичные данные были приведены к стационарности, что подтверждено расширенным тестом Дики-Фуллера (см. приложение 1).

Описание модели переключения режимов Маркова с гетероскедастичностью

В качестве метода исследования применяется модель переключения режимов Маркова с гетероскедастичностью [18, 19].

Пусть вариация $\sigma_{s_t}^2$ соответствует марковскому процессу переключения режимов. Это означает, что вариация $\sigma_{s_t}^2$ в любой момент времени находится в одном из двух режимов. s_{jt} , где $j = 1, 2$.

$$y_t = \epsilon_t, \text{ где } \epsilon_t \sim N(0, \sigma_{s_t}^2),$$

$$\sigma_{s_t}^2 = \sigma_1^2 s_{1t} + \sigma_2^2 s_{2t},$$

$s_{jt} = 1$, если $s_t = j$, и $s_{jt} = 0$, в противном случае $j = 1, 2$.

Режимы s_t соответствуют марковскому процессу первого порядка с переходными вероятностями.

$$P[s_t = 1 | s_{t-1} = 1] = p_{11},$$

$$P[s_t = 2 | s_{t-1} = 2] = p_{22}.$$

$$\sum_{j=1}^2 p_{ij} = 1.$$

Для вычислений используется алгоритм Бройдена - Флетчера - Гольдфарба - Шанно (BFGS), метод вычисления шага Маркуардта (Marquardt), с описанием которых можно ознакомиться в работах Уильяма Х. Пресса, Саула А. Теукольского, Уильяма Т. Веттерлинга, Брайана П. Фланнери (1992); Хорхе Ночедала и Стивена Дж. Райта (2006)⁴.

Достоинство квази-ньютоновских методов в накоплении информации от успешной линейной оптимизации определяется таким образом, что N таких линейных минимизаций ведут к точному минимуму квадратичной формы в N -мерном пространстве. Эти методы позволяют сохранять и обновлять накопленную информацию. Существуют два основных квази-ньютоновских метода: Дэвидсона-Флетчера-Пауэла (DFP) и Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно (BFGS). Эти методы в основном отличаются по ошибкам округления и условиям сходимости. Пусть $f(x)$ локально аппроксимизированная квадратичная форма:

$f(x) \approx C - bx + \frac{1}{2}xAx$ (1). Тогда количество неизвестных параметров в f равно количеству свободных параметров в A и b , которые равны $\frac{1}{2}N(N + 1)$ порядка N^2 . Изменяя любой из

¹ Айвазян С. А., Fantazzini D. Эконометрика-2: продвинутый курс с приложениями в финансах. Магистр: Инфра-М / Москва, 2014. С. 944.

² Название переменной - HENRY_HUB.

³ Источник: U.S. Energy Information Administration. Available at: https://www.eia.gov/dnav/ng/ng_pri_fut_s1_d.htm.

⁴ Nocedal, Jorge; Wright, Stephen J. Numerical Optimization. 2nd edition. USA: Springer, 2006. ISBN 978-0-387-30303-1; Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., & Flannery, B. Numerical recipes in C. Cambridge University Press. 1992.

этих параметров можно изменить место расположения минимума. Произвольная функция $f(x)$ может быть локально аппроксимирована в квадратичной форме уравнения (1). Значения параметров квадратичной формы A и b можно получить из вычисления функции и линейных минимизаций. Суть квази-ньютоновского метода - итеративно добиться хорошей аппроксимации обратной матрицы Гесса A^{-1} . Построим последовательность матриц H_i таких,

что $\lim_{i \rightarrow \infty} H_i = A^{-1}$. Лучше, если предел достигается после N итераций вместо ∞ . Теперь возможно объяснить причину названия методов квази-ньютоновскими. С помощью метода Ньютона рассмотрим поиск минимума для поиска нуля градиента функции. Рядом с текущей точкой x_i определим второй порядок:

$$f(x) = f(x_i) + (x - x_i) * \nabla f(x_i) + \frac{1}{2}(x - x_i)A(x - x_i) \quad (2)$$

так, что $\nabla f(x) = \nabla f(x_i) + A(x - x_i)$ (3). Устанавливаем $\nabla f(x)=0$ для определения следующего шага итерации в методе Ньютона: $x - x_i = -A^{-1} * \nabla f(x_i)$ (4). Правая часть уравнения определяется вычислением $H \approx A^{-1}$, а левая часть - это последний шаг до точного минимума⁵.

В квази-ньютоновских методах не применяется истинная матрица Гессе от f , но используется ее текущая аппроксимация. Чаще всего это решение лучше, чем применение истинного Гессеана. Рассмотрим направления спуска f в x_i . Направления p , вдоль которых f уменьшается: $f * p < 0$. Для того, чтобы направление Ньютона (4) было направлением спуска, мы должны считать, что выражение: $\nabla f(x_i)(x - x_i) = -(x - x_i)A(x - x_i) < 0$ верное, если A определена как положительная. Однако нет гарантии, что Гессеан положительно-определен, поскольку находимся далеко от минимума. Использование истинного шага Ньютона с истинным Гессеаном может переместить нас в точки, где значение функции возрастает. Идея, которая лежит в основе квази-ньютоновских методов состоит в том, чтобы начать с положительно определенной, симметричной аппроксимации A (обычно единичной матрицы) и построить аппроксимирование H_i таким образом, чтобы матрица H_i оставалась положительно-определенной и симметричной. Удаленное положение от минимума

гарантирует, что мы всегда будем спускаться. Ближе к минимуму, обновляющаяся формула приближается к истинному Гессеану, и таким образом мы получаем квадратичную сходимость метода Ньютона. Когда мы недостаточно близки к минимуму, использование полного ньютоновского шага p даже с положительно-определенной A не должно уменьшать функцию; мы можем передвинуться слишком далеко для квадратичной сходимости. Совершенно точно, что изначально f уменьшается по мере нашего движения в ньютоновском направлении. Можно использовать стратегию поиска с возвратом (backtracking) для выбора шага по направлению ньютоновского шага p , но не обязательно полностью. Дадим эвристическое описание процедуры DFP. Вычитаем выражение (4) по x_{i+1} из того же выражения по x_i и получаем $x_{i+1} - x_i = A^{-1} * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)$ (5), где $\nabla f_i \equiv \nabla f(x_i)$. Сделав шаг из x_i в x_{i+1} мы можем рассчитывать на то, что новая аппроксимация H_{i+1} будет удовлетворять (5) таким образом, как если бы она действительно была A^{-1} , так что $x_{i+1} - x_i = H_{i+1} * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)$ (6). Обновляемая формула примет следующий вид $H_{i+1} = H_i + \text{коррекция}$. Теперь необходимо определить из каких окружающих объектов можно построить коррекцию. Можно использовать два вектора: $x_{i+1} - x_i$ и $\nabla f_{i+1} - \nabla f_i$, и также H_i . Существует не бесконечно много естественных способов составить матрицу из этих объектов, особенно если (6) должно выполняться. Одним из таких путей является обновляющаяся формула DFP:

$$H_{i+1} = H_i + \frac{(x_{i+1}-x_i) \otimes (x_{i+1}-x_i)}{(x_{i+1}-x_i) * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)} - \frac{[H_i * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)] \otimes [H_i * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)]}{(\nabla f_{i+1} - \nabla f_i) * H_i * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)} \quad (7)$$
, где \otimes обозначает «прямое» произведение двух векторов матрицы: $i j$ -я компонента $u \otimes v$ есть $u_i v_j$. Обновляющаяся формула BFGS:

$$H_{i+1} = H_i + \frac{(x_{i+1}-x_i) \otimes (x_{i+1}-x_i)}{(x_{i+1}-x_i) * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)} - \frac{[H_i * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)] \otimes [H_i * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)]}{(\nabla f_{i+1} - \nabla f_i) * H_i * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)} + [(\nabla f_{i+1} - \nabla f_i) * H_i * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)] u \otimes u \quad (7)$$

, где u определяется как вектор $u \equiv \frac{(x_{i+1}-x_i)}{(x_{i+1}-x_i) * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)} - \frac{H_i * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)}{(\nabla f_{i+1} - \nabla f_i) * H_i * (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)}$, что удовлетворяет выражению (6). Результат уравнения 7 с 8 или без сходится к A^{-1} через N шагов, если f - квадратичная форма⁶.

⁵Nocedal, George; Wright, Stephen J. Numerical Optimization. 2nd edition. USA: Springer, 2006. ISBN 978-0-387-30303-1; Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., & Flannery, B. Numerical recipes in C. Cambridge University; Press. 1992.

⁶Nocedal, George; Wright, Stephen J. Numerical Optimization. 2nd edition. USA: Springer, 2006. ISBN 978-0-387-30303-1; Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., & Flannery, B. Numerical recipes in C. Cambridge University; Press. 1992.

Результаты исследования

В таблице 1 представлены результаты оценивания модели в разных режимах волатильности. В таблице показано, что коэффициенты оцененной вариации значимы: в первом режиме волатильности — 0,0031 (значение близкое к нулю), во втором режиме волатильности — 0,0000.

В моделях переключения Маркова для значимости модели вероятности переключения режимов должны быть близки к единице.

В описательной статистике элементов матрицы переключения (Табл. 2.) показано, что вероятность переключения в исследовании для режима 1—0,85, для режима 2—0,93. Данные вероятности близки к единице, что подтверждает значимость этой модели.

Ожидаемая продолжительность режимов 1 и 2 составляет 6,87 и 14,99 кварталов соответственно. Это означает, что с вероятностью 0,85 в течение 6,87 кварталов спотовые цены газа на-

ходятся в первом режиме и с вероятностью 0,93 в течение 14,99 кварталов спотовые цены газа находятся во втором режиме.

Высокая волатильность спотовых цен на газ Henry Hub представлена в первом режиме переключения (Рис. 1). Серым цветом на рисунке отмечены периоды кризисов в экономике США в 2001 году и 2008 году (согласно данным NBER) (Рис. 1).

Анализ данных в марковской модели позволяет сделать вывод о том, что в первом режиме переключения волатильности пики роста спотовой цены газа (2001, 2008 гг.) совпадают с периодами экономических кризисов в 2001 и 2008 годах. Кроме того, установлено, что «переключение» спотовой цены на газ США в изучаемый период наблюдается в 2-х режимах (табл. 1, табл. 2, рис. 1).

Первый режим переключения волатильности включает период череды пиков высокой

Таблица 1. Результаты оценивания модели

Dependent Variable: HHP				
Method: Markov Switching Regression (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 04/05/18 Time: 18:29				
Sample (adjusted): 1997Q2 2017Q4				
Included observations: 83 after adjustments				
Number of states: 2				
Initial probabilities obtained from ergodic solution				
Standard errors & covariance computed using observed Hessian				
Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard deviation (rng=kn, seed=127542370)				
Convergence achieved after 1 iteration				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
LOG(SIGMA)	0.554989	0.187491	2.960087	0.0031
Regime 2				
LOG(SIGMA)	-0.671588	0.130425	-5.149227	0.0000
Transition Matrix Parameters				
P11-C	1.769303	1.055007	1.677053	0.0935
P21-C	-2.638360	0.820882	-3.214056	0.0013
Mean dependent var	0.004819	S.D. dependent var	1.103046	
S.E. of regression	1.109845	Sum squared resid	99.77220	
Durbin-Watson stat	1.566951	Log likelihood	-107.5519	
Akaike info criterion	2.687997	Schwarz criterion	2.804568	
Hannan-Quinn criter.	2.734829			

Таблица 2. Матрица вероятностей переключения и ожидаемые продолжительности

Equation: EQ01
 Date: 04/05/18 Time: 18:31
 Transition summary: Constant Markov transition probabilities and expected durations
 Sample (adjusted): 1997Q2 2017Q4
 Included observations: 83 after adjustments

Constant transition probabilities:
 $P(i, k) = P(s(t) = k \mid s(t-1) = i)$
 (row = i / column = j)

	1	2
1	0.854371	0.145629
2	0.066710	0.933290

Constant expected durations:

	1	2
	6.866761	14.99024

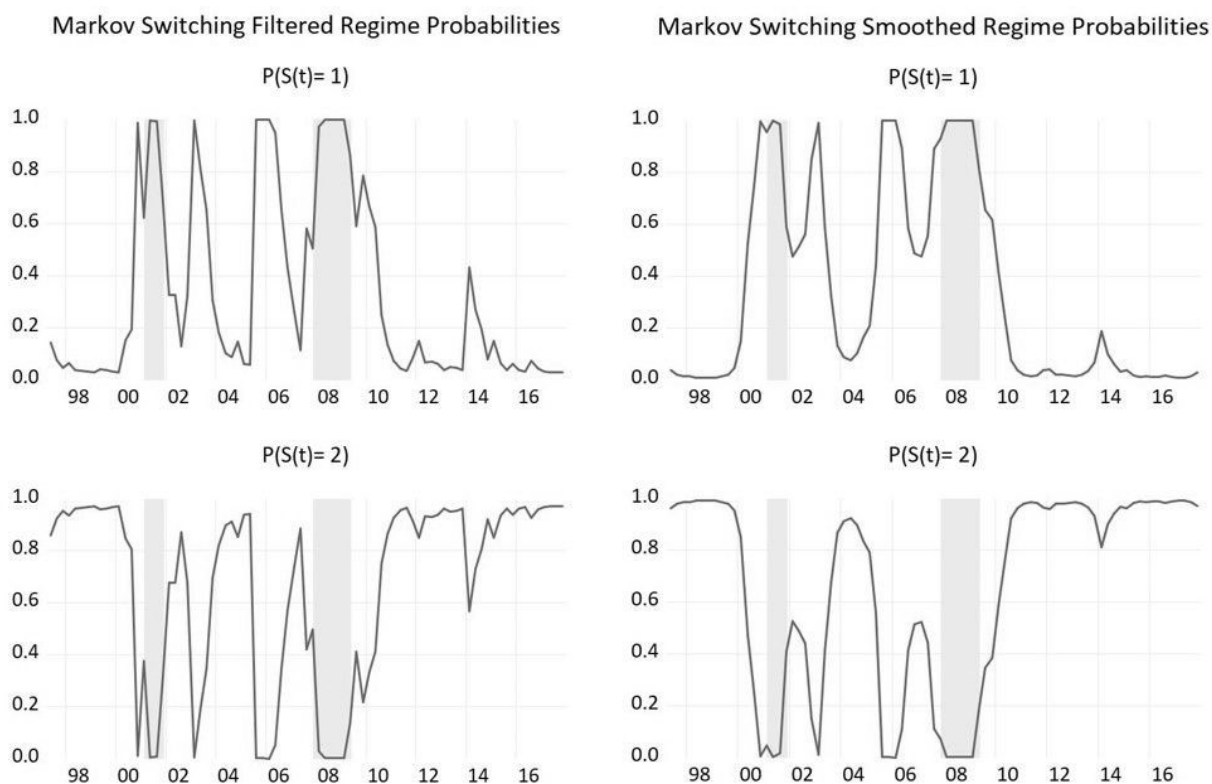


Рис. 1. Фильтрованная и сложенная вероятности переключения Марковского режима волатильности спотовой цены газа США Henry Hub

цены на газ, который в большой мере связан с высоким ростом цены нефти. Так, в 2001 году наблюдался пик высокой цены на газ на фоне роста цены нефти и влияния на экономику «доткомовского кризиса». Пик высокой цены газа в 2003 г. связан с ростом цены нефти. Кроме того, «ожидания» инвесторами высокого роста цены энергоносителей способствовали дальнейшему «разгону» на финансовом рынке цены нефти и газа. Пик высокой цены спотового газа в 2005 году определялся не только влиянием высокой цены нефти, но и с влиянием последствий ураганов (остановка добычи в Мексиканском заливе) и ростом спроса на газ в условиях необычно холодной зимы. Кроме того, в первом режиме нашли отражение следующие пики роста спотовой цены газа: в 2007 г. (пик высокой цены газа определяется как влиянием высокой цены нефти (американский импорт газа в 2007 г. достиг максимального значения), так и высоким спросом в условиях холодной зимы и весны), а также, в 2008 г. (пик спотовой цены газа связан с шоком на рынке на фоне достижением пика высокой цены, а затем, обрушения цены нефти). Скачок роста спотовой цены газа отмечался зимой 2009–2010 гг. на фоне необычных холодов в некоторых штатах США (например, во Флориде и Небраске температура опускалась до минус 15 градусов Цельсия). Пик спотовой цены газа в 2014 г. связан с ростом спроса на газ на фоне аномально холодной зимы.

Во втором режиме переключения отмечается относительно низкая волатильность спотовой цены газа на фоне снижения цены газа. Этот режим переключения волатильности цены газа включает период с 1997 по 2001 годы. В этот период времени на рынке наблюдалась низкая цена газа и нефти. А также, второй режим переключения волатильности включает следующие периоды: с 2011 по 2013 гг., когда цена на газ снижалась на фоне высокого предложения газа и значительного сокращения импорта газа, связанного с ростом сланцевой добычи в США и по причине уменьшения спроса на газ в промышленности и энергетике в результате паде-

ния спроса в экономике после кризиса 2009 года (см. приложение 2, приложение 3). Кроме того, на значительное снижение спотовой цены в 2011 году повлияло снижение спроса на газ из-за аномально теплой зимы.

Также ко второму режиму переключения волатильности спотовой цены газа можно отнести период с 2015 по 2016 гг., когда снижение цены газа было связано с влиянием на экономику обрушения цены нефти в 2014 году.

Заключение и выводы

В результате проведенного исследования можно сделать вывод о том, что марковская модель переключения с гетероскедастичностью в 2-х режимах может успешно применяться для анализа волатильности спотовых цен на газ и их связи с шоками в экономике. В частности, в проведенной научной работе при помощи данной модели было выделено 2 режима волатильности спотовых цен на газ США Henry Hub. В первом режиме отмечалась высокая волатильность спотовой цены газа, которая в большой мере была связана с высоким ростом цены нефти. Также пики волатильности цены газа были связаны с влиянием на экономику ураганов (2005 г.) и влиянием аномально холодной зимы (2005 г., 2007 г., 2009–2010 гг.; 2014 г.). Было установлено, что в первом режиме переключения волатильности пики высокого роста спотовой цены газа в 2001 и 2008 годах совпадают с периодами экономических кризисов. Во втором режиме переключения отмечалась относительно низкая волатильность спотовой цены газа на фоне снижения цены газа. Этот режим переключения волатильности цены газа включает период с 1997 по 2001 годы (в это время на рынке наблюдалась низкая цена газа и нефти). А также, включает периоды: с 2011 по 2013 гг., когда цена на газ снижалась на фоне высокого предложения газа и сокращения импорта газа, связанного с ростом сланцевой добычи в США и с 2015 по 2016 гг., когда снижение цены газа было связано с влиянием на экономику обрушения цены нефти в 2014 году.

Null Hypothesis: HHP has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.493201	0.0000
Test critical values:		
1% level	-4.075340	
5% level	-3.466248	
10% level	-3.159780	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(HHP)
 Method: Least Squares
 Date: 04/05/18 Time: 18:26
 Sample (adjusted): 1997Q4 2017Q4
 Included observations: 81 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
HHP(-1)	-1.021680	0.136348	-7.493201	0.0000
D(HHP(-1))	0.298633	0.108561	2.750832	0.0074
C	0.141124	0.246791	0.571836	0.5691
@TREND("1997Q1")	-0.003186	0.005045	-0.631528	0.5296
R-squared	0.447644	Mean dependent var		-0.005062
Adjusted R-squared	0.426123	S.D. dependent var		1.395735
S.E. of regression	1.057334	Akaike info criterion		2.997500
Sum squared resid	86.08252	Schwarz criterion		3.115744
Log likelihood	-117.3987	Hannan-Quinn criter.		3.044941
F-statistic	20.80093	Durbin-Watson stat		2.101261
Prob(F-statistic)	0.000000			

Приложение 1. Расширенный тест Дики-Фуллера на наличие единичного корня (стационарность)



Приложение 2. Динамика добычи газа в США (1997-2017), в TCF



Приложение 3. Динамика импорта газа в США (1997–2017), в TCF

Библиографический список

1. *Abramson, A., Cohen, I.*, 2007. On the stationarity of Markov-switching garch processes. *Econometric Theory* 23, 485–500. doi:10.1017/S0266466607070211.
2. *Bollerslev, T.*, 1986. Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics* 31, 307–327.
3. *Diebold, F.X., Lee, J.-H., Weinbach, G.C.*, 1994. Regime switching with time-varying transition probabilities. *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration* 283–302. ISBN:978-0-19-877392-4
4. *Dueker, M.J.*, 1997. Markov Switching in GARCH Processes and Mean-Reverting Stock-Market Volatility. *Journal of Business & Economic Statistics* 15, 26–34. <https://doi.org/10.1080/07350015.1997.10524683>.
5. *Engel, C., Hamilton, J.D.*, 1990. Long swings in the exchange rate: Are they in the data and do markets know it? *The American Economic review* 8, 689–713. <http://dx.doi.org/10.3386/w3165>.
6. *Engel, C.*, 1994. Can the Markov switching model forecast exchange rates? *Journal of International Economics* 36, 151–165. [https://doi.org/10.1016/0022-1996\(94\)90062-0](https://doi.org/10.1016/0022-1996(94)90062-0).
7. *Filardo, A.J.*, 1994. Business-Cycle Phases and Their Transitional Dynamics. *Journal of Business & Economic Statistics* 12, 299–308. <https://doi.org/10.1080/07350015.1994.10524545>.
8. *Frankel, D.M.*, 2008. Adaptive expectations and stock market crashes. *International Economic Review* 49, 595–619. doi:10.1111/j.1468-2354.2008.00491.x.
9. *Goldfeld, S.M., Quandt, R.E.*, 1973. A Markov model for switching regressions. *Journal of Econometrics* 1, 3–15. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(73\)90002-X](https://doi.org/10.1016/0304-4076(73)90002-X).
10. *Goodwin, T.H.*, 1993. Business-Cycle Analysis With a Markov-Switching Model. *Journal of Business & Economic Statistics* 11, 331–339. <https://doi.org/10.1080/07350015.1993.10509961>.
11. *Hamilton, J.D.*, 1989. A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica* 57, 357–384. <https://doi.org/10.2307/1912559>.
12. *Hamilton, J.D.*, 1990. Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics* 45, 39–70. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(90\)90093-9](https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90093-9)
13. *Hamilton, J.D., Susmel, R.*, 1994. Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime. *Journal of Econometrics* 64, 307–333. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(94\)90067-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)90067-1).
14. *Hamilton, J.D.*, 1996. Specification testing in Markov-switching time-series models. *Journal of Econometrics* 70, 127–157. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(96\)041686-9](https://doi.org/10.1016/0304-4076(96)041686-9).

15. Hansen B.E., 2006. The likelihood ratio test under nonstandard conditions: Testing the Markov switching model of GNP. *Journal of Applied Econometrics* 7, S61–S82. <https://doi.org/10.1002/jae.3950070506>.
16. Haas, M., Mittnik, S., Paolella, M.S., 2004. A New Approach to Markov-Switching GARCH Models. *Journal of Financial Econometrics* 2, 493–530. <https://doi.org/10.1093/jffinec/nbh020>.
17. Jacquier, E., Polson, N.G., Rossi, P.E., 1994. Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models. *Journal of Business & Economic Statistics* 12, 371–389. <https://doi.org/10.1080/07350015.1994.10524553>.
18. Kim, C.-J., 1994. Dynamic linear models with Markov-switching. *Journal of Econometrics* 60, 1–22. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(94\)90036-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)90036-1)
19. Kim, C.-J., Nelson, C.R., 1999. *State-Space Models With Regime Switching*, Cambridge: The MIT Press. ISBN: 9780262535502.
20. Kim, M.-J., Yoo, J.-S., 1995. New index of coincident indicators: A multivariate Markov switching factor model approach. *Journal of Monetary Economics* 36, 607–630. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(95\)01229-X](https://doi.org/10.1016/0304-3932(95)01229-X).
21. Lam, P., 1990. The Hamilton model with a general autoregressive component: estimation and comparison with other models of economic time series: Estimation and comparison with other models of economic time series. *Journal of Monetary Economics* 26, 409–432. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(90\)90005-O](https://doi.org/10.1016/0304-3932(90)90005-O).
22. Mike K.P. So, Lam, K., Li, W.K., 1998. A Stochastic Volatility Model with Markov Switching. *Journal of Business & Economic Statistics* 16, 244–253. <https://doi.org/10.2307/1392580>.
23. Quandt, R.E., 1972. A New Approach to Estimating Switching Regressions. *Journal of the American Statistical Association* 67, 306–310. <https://doi.org/10.1080/01621459.1972.10482378>.
24. Schaller, H., Norden, S.V., 1997. Regime switching in stock market returns. *Applied Financial Economics* 7, 177–191. <https://doi.org/10.1080/096031097333745>.
25. Taylor S. 1986. *Modelling financial time series*, John Wiley & Sons, Chichester.

Поступила в редакцию 22.03.2018