

Динамическая задача максимизации прибыли предприятия с учетом спроса и эффекта кривой обучения

© 2015 Павлов Олег Валерьевич

декан факультета экономики и управления

Самарский государственный аэрокосмический университет

им. академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)

443086, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

E-mail: pavlov@ssau.ru

Рассматривается динамическая задача максимизации прибыли промышленного предприятия-монополиста путем выбора объемов производства с учетом потребительского спроса на рынке и эффекта кривой обучения. Проблема формализуется как задача оптимального управления дискретной системой. Получены численные решения сформулированной задачи с помощью метода динамического программирования Беллмана. Приводится исследование зависимости влияния параметров модели на оптимальные решения задачи.

Ключевые слова: максимизация прибыли, кривая спроса, эффект кривой обучения, динамическое программирование, оптимальные объемы производства.

Введение

В статье рассматривается динамическая задача максимизации прибыли промышленного предприятия путем выбора объемов производства с учетом потребительского спроса на рынке и эффекта кривой обучения. Предприятие выходит на рынок с инновационным продуктом, являясь монополистом. Рыночная цена инновационной продукции определяется кривой спроса и зависит от кумулятивного объема производства. Под кумулятивным (суммарным) объемом производства понимается количество изделий, изготовленных с начала производства продукции нарастающим итогом. Для того чтобы продавать все больший объем инновационной продукции, предприятию необходимо снижать цену. В то же время в процессе производственной деятельности предприятия проявляется эффект кривой обучения. Эффект заключается в том, что трудоемкость выполнения многократно повторяющихся производственных операций снижается. Это явление впервые было замечено инженером Т. Райтом в авиастроительной отрасли США¹. Близка к кривой обучения кривая опыта, обнаруженная сотрудниками корпорации VCG. Исследования показали, что при удвоении объемов производства затраты на единицу продукции (удельные затраты) снижаются на 20-30 %². Примеры эффекта кривой обучения приводятся в работах³.

Таким образом при увеличении кумулятивного объема производства действуют две тенденции: сокращение удельных затрат предприятия и снижение рыночной цены продукции. Задача заключается в поиске оптимального распре-

деления объемов производства по временным периодам при заданных ограничениях с целью максимизации суммарной прибыли. Постановка данной задачи приводится автором в⁴.

1. Постановка динамической задачи максимизации прибыли предприятия

Динамика производственной деятельности промышленного предприятия описывается дискретным уравнением:

$$x_t = x_{t-1} + u_t, \quad t = 1, n, \quad (1)$$

где x_t - кумулятивный объем производства за t -й временной период;

t - номер временного периода;

u_t - объем производства в периоде t ;

n - число рассматриваемых периодов производственной деятельности предприятия (горизонт планирования). Выбор объема производства u_t в периоде t является управлением руководства предприятия.

В начальный период известно количество продукции, уже произведенное предприятием:

$$x_0 = X_0. \quad (2)$$

В конечный период кумулятивный объем произведенной продукции не может быть больше суммарного спроса (суммарного объема рынка) R :

$$x_n \leq R. \quad (3)$$

На объем производства в каждом периоде t наложены следующие ограничения:

$$Q^{\min} \leq u_t \leq Q^{\max}, \quad t = 1, n, \quad (4)$$

где Q^{\min} - минимальный объем производства с учетом технологических и логистических требований;

Q^{\max} - максимальная производственная мощность оборудования промышленного предприятия.

Затраты в периоде t определяются как произведение удельных затрат продукции c_t и объема производства в этом периоде u_t :

$$C_t = c_t u_t. \quad (5)$$

Динамика изменения удельных затрат продукции от кумулятивного объема производства описывается степенной зависимостью:

$$c_t = ax_{t-1}^{-\gamma}, \quad (6)$$

где a - затраты на производство первого изделия;
 γ - скорость обучения.

Кривая, построенная на основе формулы (6), называется кривой обучения. Скорость обучения характеризует темп снижения удельных затрат промышленного предприятия при увеличении кумулятивного объема производства.

Подставляя выражение (6) в формулу (5), получаем затраты промышленного предприятия на шаге t :

$$C_t = ax_{t-1}^{-\gamma} u_t.$$

В качестве целевой функции руководства предприятия рассматривается максимизация дисконтированной кумулятивной (суммарной) прибыли:

$$\pi = \sum_{t=1}^n \frac{p_{t-1} u_t - ax_{t-1}^{-\gamma} u_t}{(1+r)^t} \rightarrow \max, \quad (7)$$

где p_{t-1} - цена продукции промышленного предприятия.

Цена инновационной продукции зависит от кумулятивного объема производства в соответствии с кривой спроса:

$$p_{t-1} = b - dx_{t-1}, \quad (8)$$

где b, d - параметры кривой спроса.

Подставляя (8) в (7), получим окончательное выражение для целевой функции:

$$J = \sum_{t=1}^n \frac{(b - dx_{t-1}) u_t - ax_{t-1}^{-\gamma} u_t}{(1+r)^t}. \quad (9)$$

Задача заключается в поиске оптимальных объемов производства u_t^{opt} , $t = 1, n$, удовлетворяющих ограничению (4), осуществляющих перевод производственного процесса (1) из начального состояния (2) в конечное состояние (3) и максимизирующих суммарную дисконтированную прибыль предприятия (9).

Сформулированная задача является задачей оптимального управления. Для решения задачи применялся метод динамического программирования Беллмана⁵.

2. Решение динамической задачи максимизации прибыли предприятия

Для решения задачи использовались следующие данные: суммарный спрос на рынке $R = 400$ шт., количество временных периодов $n = 12$, объем произведенной продукции в начальный период $x_0 = 1$ шт., минимальный объем производства $Q^{\min} = 10$ изделий, максимальная производственная мощность оборудования $Q^{\max} = 50$ изделий. С учетом требований логистики объем производства в каждый период должен быть кратен 10. Кривая спроса потребительского рынка:

$$p_{t-1} = 10000 - 2x_{t-1}.$$

Математическая модель динамической задачи максимизации прибыли, используемая для моделирования, примет вид

$$x_t = x_{t-1} + u_t, \quad t = 1, n,$$

$$x_0 = X_0,$$

$$x_n = X_0 + R,$$

$$Q^{\min} \leq u_t \leq Q^{\max}, \quad t = 1, n,$$

$$J = \sum_{t=1}^n \frac{(10000 - 2x_{t-1}) u_t - 4010,3 x_{t-1}^{-0,3} u_t}{(1+r)^t} \rightarrow \max.$$

Исследование показало, что предприятию выгодно производить максимальный суммарный объем продукции, равный суммарному спросу на потребительском рынке.

На рис. 1 представлено влияние скорости обучения γ на оптимальные траектории объема производства продукции при постоянных ставке дисконтирования $r = 0$ и коэффициенте $d = 2$ кривой спроса (8).

Оптимальной стратегией является постепенное увеличение объемов производства от минимальных в начальных периодах до максимальных в конечных периодах. С увеличением скорости обучения γ оптимальная траектория суммарного объема производства становится более "выпуклой".

На рис. 2 представлено влияние коэффициента d кривой спроса (8) на оптимальные траектории суммарного объема производства продукции при постоянной скорости обучения $\gamma = -0,3$ и ставки дисконтирования $r = 0$. Коэффициент d кривой спроса (8) характеризует эластичность рыночной цены по суммарному объему производства.

Из анализа рис. 2 видно, что с увеличением коэффициента d кривой спроса (увеличением эластичности рыночной цены по суммарному объему производства) оптимальная траектория сум-

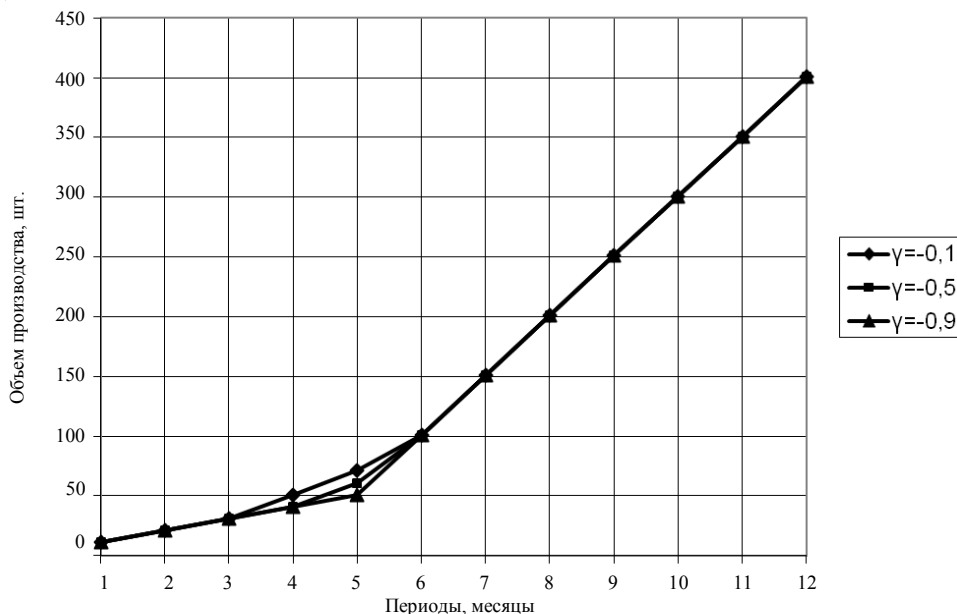


Рис. 1. Влияние скорости обучения на оптимальные траектории объемов производства

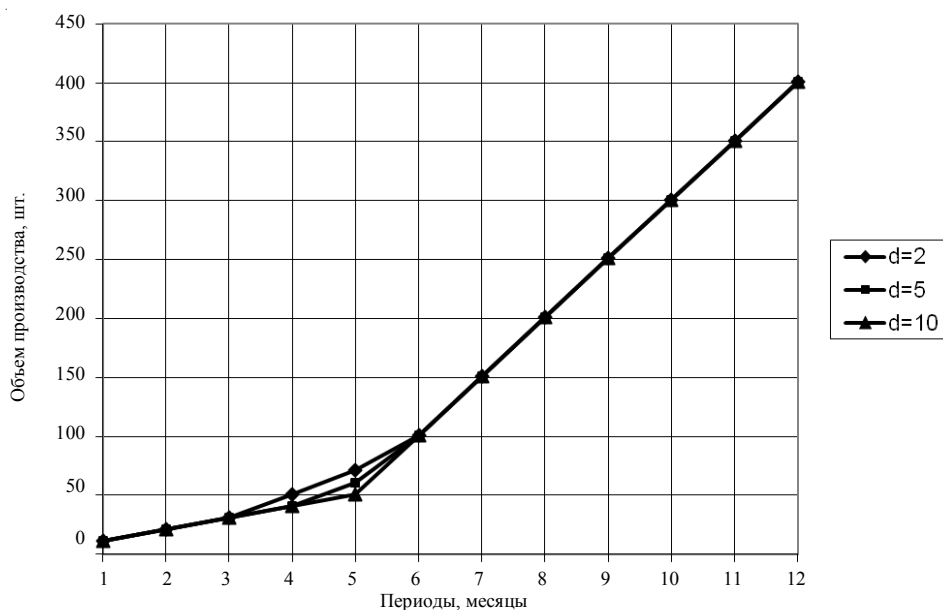


Рис. 2. Влияние коэффициента кривой спроса на оптимальные траектории объемов производства

марного объема производства становится более “выпуклой”.

На рис. 3 представлено влияние ставки дисконтирования на оптимальные траектории суммарного объема производства продукции при постоянных скорости обучения $\gamma = -0,3$ и коэффициенте $d = 2$ кривой спроса (8).

Анализируя рис. 3, приходим к выводу, что влияние ставки дисконтирования в задаче максимизации прибыли приводит к существенному изменению оптимальных траекторий суммарных объемов производства. Чем больше ставка дис-

континирования, тем большие объемы продукции выгодно производить в начальные периоды и меньшие в конечные. При больших значениях ставки дисконтирования оптимальная стратегия становится релейной: в начальных периодах выгодно выбирать максимальный объем производства, а в конечных периодах - минимальный.

Таким образом, проведенное в настоящей работе исследование позволило сделать следующие выводы:

1. Оптимальной стратегией предприятия является производство максимального суммарного

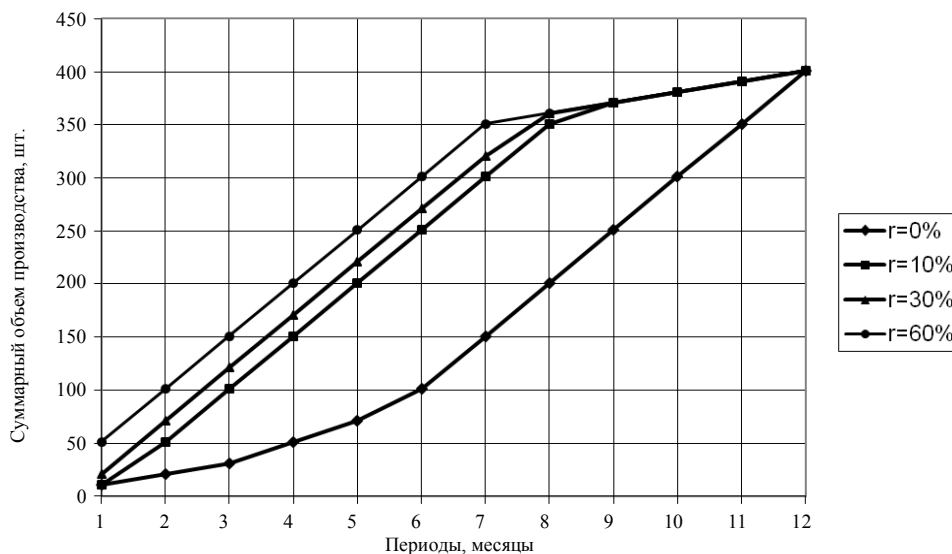


Рис. 3. Влияние ставки дисконтирования на оптимальные траектории объемов производства

объема продукции, равного суммарному спросу на потребительском рынке.

2. Оптимальной стратегией предприятия без учета дисконтирования является постепенное увеличение объемов производства от минимальных в начальных периодах до максимальных в конечных периодах.

3. Скорость обучения влияет на оптимальную стратегию выбора объемов производства. С увеличением скорости обучения γ оптимальная траектория суммарного объема производства становится все более “выпуклой”.

4. Эластичность рыночной цены по суммарному объему производства влияет на оптимальную стратегию выбора объемов производства. С увеличением эластичности рыночной цены по суммарному объему производства оптимальная траектория суммарного объема производства становится все более “выпуклой”.

5. Влияние ставки дисконтирования существенно изменяет оптимальные траектории суммарных объемов производства. Чем больше ставка дисконтирования, тем большие объемы продукции выгодно производить в начальные периоды и меньшие в конечные. При больших значениях ставки дисконтирования оптимальная стратегия

становится релейной: в начальных периодах выгодно выбирать максимальный объем производства, а в конечных периодах - минимальный.

¹ Wright T.P. Factors affecting the cost of airplanes // Journal of the aeronautical sciences. 1936. Vol. 3, □ 4. P. 122-128.

² Стратегии, которые работают: подход BCG / под ред. И.В. Лазуковой. Москва, 2005.

³ См.: Newell A., Rosenbloom P.S. Mechanisms of skill acquisition and the law of practice // Cognitive skills and their acquisition / ed. J.R. Anderson. Hillsdale, NJ, 1980. P 1-51; Ritter F.E., Schooler L.J. The learning curve. In International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences. Amsterdam, 2002. P. 8602-8605; Майталь Ш. Экономика для менеджеров: десять важных инструментов для руководителей. Москва, 1996.

⁴ См.: Павлов О.В. Динамические задачи планирования в управлении проектами // Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах. Санкт-Петербург, 2012. С. 1055-1058; Его же. Динамическая оптимизация производственной деятельности предприятия с учетом эффекта кривой обучения // Вестн. СГЭУ. 2015. □ 3 (125). С. 87-92.

⁵ Беллман Р. Динамическое программирование. Москва, 1960.

Поступила в редакцию 04.10.2015 г.