Оптимизация логистических издержек в бизнесе с использованием синтетического критерия Гурвица для смешанных стратегий

© 2014 Айбазова Сансавиль Хыйсаевна
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации
125993, г. Москва, Ленинградский пр., д. 49
E-mail: lvls@mail.ru

Решается задача оптимизации многократного принятия решения относительно выбора того или иного вида транспортировки в рамках рассматриваемой логистической системы ООО АК "ДЕРВЕЙС". Анализ задачи осуществляется на основе теоретико-игровой модели "Игра с природой". В качестве критерия оптимальности используется введенный в рассмотрение синтетический критерий Гурвица для смешанных стратегий, позволяющий выяснять их оптимальность с совместной позиции выигрышей и рисков.

Ключевые слова: автомобильное производство, транспортировочные издержки, оптимизация, теория игр с природой, критерий Гурвица относительно выигрышей, критерий Гурвица относительно рисков, синтетический критерий Гурвица, смешанная стратегия.

В настоящее время задачи анализа и выбора эффективных решений и последующей оптимизации систем логистики в условиях неопределенности весьма актуальны. Целью данной статьи также является оптимизация системы логистики. Однако, несмотря на их актуальность, большинство методов, предлагаемых для выполнения подобных задач, в качестве решения могут предложить оптимизацию либо с точки зрения максимизации выигрышей, либо с точки зрения рисков. В представленной работе предлагается синтетический подход к оптимизации, точнее, одновременный, совместный учет как рисков, так и выигрышей.

Управление системой логистики в бизнесе представляет собой сложную схему, для моделирования которой применяются различные математические методы, такие как системный анализ, имитационное моделирование, теория вероятностей, теория игр и множество других.

Применение теории игр при управлении системой логистики, как правило, ограничивалось оптимизацией, т.е. либо, как говорилось выше, максимизацией выигрышей, либо минимизацией рисков.

В представленной ниже работе описан новый разработанный синтетический критерий Гурвица, а именно его обобщение для смешанных стратегий, позволяющий менеджеру логистики принимать решения, учитывая как выигрыши, так и риски принимаемых решений в таких процессах логистики, как, например, транспортировка продукции, когда решения необходимо принимать не один раз и регулярно.

В качестве примера оптимизации издержек взята упрощенная 3-уровневая логистическая структура ООО АК "ДЕРВЕЙС". На нулевом уровне структуры находится автомобильное производство, автопарки для размещения произведенных автомобилей и автовозов. На первом уровне структуры - дистрибьюторские центры, осуществляющие распределение произведенных автомобилей, по дилерским центрам в соответствии с их прогнозными потребностями. На втором уровне расположены дилерские центры, которые осуществляют розничную продажу произведенных автомобилей. Схематически описанная структура представлена на рис. 1[1].

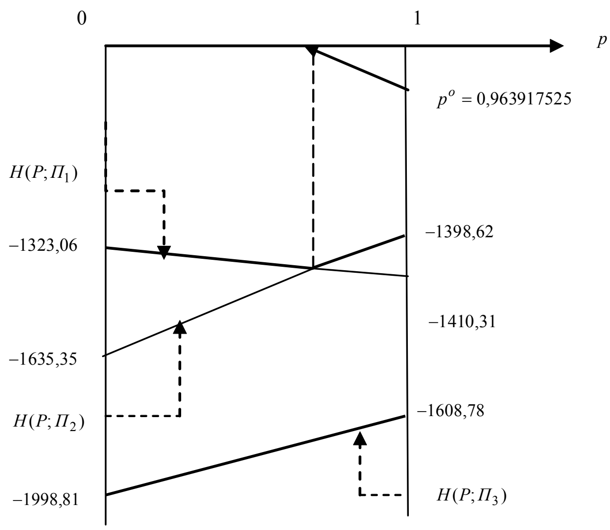

Рис. 1. Выигрыши игрока в смешанных стратегиях

В качестве модели оптимизации использована "Игра с природой", оптимальность стратегий определяется новым синтетическим критерием Гурвица, в данном случае для смешанных стратегий.

Ниже приведены основные составляющие модели “Игра с природой”, а также понятия и определения для смешанных стратегий.

$S^C = \{A_1, A_2, ..., A_m\}$, $m \geq 2$, - множество чистых стратегий осознанного действующего игрока A; $\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_n$ - состояния природы; $a_{ij}, i = 1,2,...,m; j = 1,2,...,n,$ действительные числа - выигрыши игрока A в игровой ситуации (A_i, Π_j), когда игрок A придерживается стратегии A_i, а природа находится в состоянии Π_j. Из выигрышей a_{ij} формируется матрица выигрышей,

$A =$

$A_i \backslash \Pi_j$	Π_1	Π_2	$\dots$	Π_n
A_1	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2n}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
A_m	a_{m1}	a_{m2}	$\dots$	a_{mn}
β_j	β_1	β_2	$\dots$	β_n

в последней строке представлены показатели благоприятности состояний природы $\beta_j = max\{a_{ij} : i = 1,2,...,m\}$, $j = 1,2,...,n$.

Применение смешанных стратегий, как правило, необходимо либо при более детализированном анализе поставленной задачи, либо при анализе многократного принятия решений.

Смешанная стратегия $P = (p_1, p_2, ..., p_m)$, $p_i \geq 0$, $i = 1,2,...,m$, $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$, - действие игрока A, состоящее в случайном выборе чистой стратегии A_i с вероятностью p_i, $i = 1,2,...,m$. Множество всех смешанных стратегий обозначим S. Каждая чистая стратегия A_k является смешанной $P^k = (p_1^k, p_2^k, ..., p_m^k)$, в которой $p_k^k = 1$, а $p_i^k = 0$ при $i \neq k$. Таким образом, $S^C \subset S$, разумеется, очевидно, что $S^C \neq S$ при $m \geq 2$.

Выигрыш $H(P, \Pi_j)$, $P \in S$, $j = 1,2,...,n$ в игровой ситуации (P, Π_j) по определению равен

$H(P, \Pi_j) = \sum_{i=1}^{m} p_i a_{ij}$, $j = 1,2,...,n$

Напомним, что целью данной работы является нахождение оптимальной смешанной стратегии в рамках синтетического критерия Гурвица. Для этого сначала определим критерий Гурвица относительно выигрышей и критерий Гурвица относительно рисков в смешанных стратегиях.

Основные понятия критерия Гурвица относительно выигрышей с показателем оптимизма $\lambda \in [0,1]$ ($Hur^p(\lambda)$ -критерия) для смешанных стратегий определяются следующим образом:

$$Hur^p(P;\lambda) = (1-\lambda)W(P) + \lambda M(P) =$$
$$= [M(P) - W(P)]\lambda + W(P), \quad P \in S \qquad (1)$$

- показатель ($Hur^p(\lambda)$ -показатель) эффективности стратегии P, где $W(P) = \min_{1 \leq j \leq n} H(P, \Pi_j)$, и $M(P) = \max_{1 \leq j \leq n} H(P, \Pi_j)$ - показатели эффективности смешанной стратегии P соответственно по критерию Вальда и максимаксному критерию.

$$Hur_S^p(\lambda) = max\{Hur^p(P;\lambda) : P \in S\} \qquad (2)$$

- цена ($Hur^p(\lambda)$ -цена) игры в смешанных стратегиях.

Стратегия P^O называется оптимальной ($Hur^p(\lambda)$ -оптимальной) во множестве смешанных стратегий, если равнозначно следующее:

$$P^O \in S^{O(Hur^p(\lambda))} \Leftrightarrow Hur^p(P^O;\lambda) = Hur_S^p(\lambda). \qquad (3)$$

Основные понятия критерия Гурвица относительно рисков с показателем оптимизма $\sigma \in [0,1]$ ($Hur^r(\sigma)$ -критерия) для смешанных стратегий определяются следующим образом:

$$r(P, \Pi_j) = \left[max\left\{H(U, \Pi_j) : U \in S\right\}\right] - H(P, \Pi_j) =$$
$$= \beta_j - H(P, \Pi_j) = \sum_{i=1}^{m} p_{ij} r_{ij}, \quad j = 1,2,\dots,n \qquad (4)$$

- это обозначение риска при выборе игроком A смешанной стратегии $P = (p_1, p_2, \dots, p_m) \in S$ и при состоянии природы Π_j.

$$Hur^r(P;\sigma) = (1-\sigma)Sav(P) + \sigma\mu(P) =$$
$$= [\mu(P) - Sav(P)]\sigma + Sav(P), \quad P \in S \qquad (5)$$

- показатель ($Hur^r(\sigma)$ -показатель) неэффективности стратегии P, где $Sav(P) = \max_{1 \leq j \leq n} r(P, \Pi_j)$ и $\mu(P) = \min_{1 \leq j \leq n} r(P, \Pi_j)$ - показатели неэффективности смешанной стратегии P соответственно по критерию Сэвиджа и миниминному критерию.

$$Hur_S^r(\sigma) = min\{Hur^r(P;\sigma) : P \in S\} \quad (6)$$

- цена ($Hur^r(\sigma)$ -цена) игры в смешанных стратегиях.

Стратегия P^O называется оптимальной ($Hur^r(\sigma)$ -оптимальной) во множестве смешанных стратегий, если равнозначно следующее:

$$P^O \in S^{O(Hur^r(\sigma))} \Leftrightarrow Hur^r(P^O;\sigma) = Hur_S^r(\sigma) . \quad (7)$$

Теперь перейдем к определению синтетического критерия Гурвица для оптимальности смешанных стратегий.

Основные понятия синтетического критерия Гурвица с показателем оптимизма $\alpha \in [0,1]$ ($Hur^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$ -критерия) для смешанных стратегий определяются следующим образом:

$$Hur^{pr}(P;\alpha,\lambda,\sigma) = \alpha Hur^p(P;\lambda) - (1-\alpha) Hur^r(P;\sigma) =$$

$$= [Hur^p(P;\lambda) + Hur^r(P;\sigma)]\alpha - Hur^r(P;\sigma) , \quad P \in S \quad (8)$$

- показатель эффективности стратегии P по синтетическому критерию Гурвица ($Hur^{pr}(P;\alpha,\lambda,\sigma)$ - критерию);

$$Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma) = max\{Hur^{pr}(P;\alpha,\lambda,\sigma) : P \in S\} \quad (9)$$

- цена ($Hur^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$ -цена) игры в смешанных стратегиях.

Стратегия P^O называется оптимальной ($Hur^{pr}(P;\alpha,\lambda,\sigma)$ - оптимальной) во множестве смешанных стратегий, если равнозначно следующее

$$P^O \in S^{O(Hur^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma))} \Leftrightarrow Hur^{pr}(P^O;\alpha,\lambda,\sigma) =$$

$$= Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma) . \quad (10)$$

Надо заметить, что выбор игроком A значения выигрыш-показателя $\alpha \in [0,1]$ является субъективным и связан с психологическими особенностями игрока A, определяющими его отношение к выигрышам и рискам.

Теорема 1. *В любой игре с природой существует стратегия, оптимальная во множестве смешанных стратегий по синтетическому критерию Гурвица при любых выигрыш-показателе и показателях оптимизма относительно выигрышей и рисков.*

Доказательство. В[2] была доказана непрерывность показателя эффективности $Hur^p(P;\lambda)$ стратегии P по $Hur^p(\lambda)$ -критерию при любом показателе оптимизма $\lambda \in [0,1]$ относительно выигрышей как функции аргумента P на множестве S.

В[3] доказана непрерывность $Hur^r(P;\sigma)$ при любом показателе оптимизма $\sigma \in [0,1]$ относительно рисков как функции аргумента P на множестве S.

Следовательно, из (8) получаем непрерывность $Hur^{pr}(P;\alpha,\lambda,\sigma)$ на множестве S как линейной комбинации непрерывных функций $Hur^p(P;\lambda)$ и $Hur^p(P;\sigma)$ с коэффициентами α и $(1-\alpha)$. А так как множество S - симплекс и, следовательно, замкнуто и ограничено в $\Re^n$, то по теореме Вейерштрасса[4] функция $Hur^{pr}(P;\alpha,\lambda,\sigma)$ достигает на этом множестве своего наибольшего значения, т.е. для каждой тройки значений $\alpha,\lambda,\sigma \in [0,1]$ существует смешанная стратегия P^O, такая, что $Hur^{pr}(P;\alpha,\lambda,\sigma) = Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$.

При $\alpha = 0$ из (8) получим $Hur^{pr}(P;0,\lambda,\sigma) = -Hur^r(P,\sigma)$, т.е. синтетический критерий Гурвица превращается в критерий, “противоположный” критерию Гурвица относительно рисков с показателем оптимизма σ, и уже не зависит от показателя оптимизма λ относительно выигрышей.

При $\alpha = 1$ из (8) имеем $Hur^{pr}(P;1,\lambda,\sigma) = Hur^r(P,\sigma)$, т.е. синтетический критерий Гурвица превращается в критерий Гурвица относительно выигрышей с показателем оптимизма λ и уже не зависит от показателя оптимизма σ относительно рисков.

Теорема 2. *Следующие условия эквивалентны:*

а) для каждого значения выигрыш-показателя оптимизма $\alpha \in (0,1)$ множество стратегий, оптимальных во множестве смешанных стратегий по синтетическому критерию Гурвица, совпадает с множеством стратегий, оптимальных во множестве смешанных стратегий и по критерию Гурвица относительно выигрышей и по критерию Гурвица относительно рисков, т.е. справедливо равенство:

$$S^{O(Hur^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma))} = S^{O(Hur^p(\lambda))} \cap S^{O(Hur^r(\sigma))} ,$$

$$\alpha \in (0,1), \ \lambda,\sigma \in [0,1] ; \quad (11)$$

b) множество стратегий, оптимальных во множестве смешанных стратегий и по критерию Гурвица относительно выигрышей и по критерию Гурвица относительно рисков не пусто:

$$S^{O(Hur^p(\lambda))} \cap S^{O(Hur^r(\sigma))} \neq \varnothing, \ \lambda,\sigma \in [0,1] ; \quad (12)$$

c) цена игры $Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$ в смешанных стратегиях по синтетическому критерию Гурвица с выигрыш-показателем $\alpha \in [0,1]$ представляется линейной комбинацией цен игры в смешанных стратегиях по критерию Гурвица относительно выигрышей и по критерию Гурвица относительно рисков с коэффициентами соответственно α и $(1-\alpha)$

$$Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma) = \alpha Hur_S^{p}(\lambda) - (1-\alpha) Hur_S^{r}(\sigma)\,; \quad (13)$$

d) график цены игры $Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$ в смешанных стратегиях по синтетическому критерию Гурвица с выигрыш-показателем $\alpha \in [0,1]$ как функции аргумента $\alpha \in [0,1]$ представляет собой отрезок в полосе $0 \le \alpha \le 1$ с началом $Hur_S^{pr}(0) = -Hur_S^{r}(\sigma)$ и концом $Hur_S^{pr}(1) = Hur_S^{p}(\lambda)$.

Доказательство. Теорема будет считаться доказанной, если будет доказана справедливость следующей замкнутой цепочки импликации

$$a) \Rightarrow b) \Rightarrow c) \Rightarrow d) \Rightarrow a). \quad (14)$$

Начнем доказательство теоремы с того, что докажем импликацию

$$a) \Rightarrow b). \quad (15)$$

Предположим справедливость условия $a)$, т.е. справедливо равенство (11). Так как по теореме 1 при каждом значении выигрыш-показателя $\alpha \in [0,1]$ существует стратегия $Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$, оптимальная во множестве смешанных стратегий, то множество $S^{o(Hur^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma))}$ не пусто. Тогда из равенства (11) следует (12), таким образом, импликация (15) доказана.

Докажем импликацию $b) \Rightarrow c)$. (16)

Пусть выполняется условие $b)$, т.е. выполняется (12). Тогда найдутся стратегии P^O и $P^O \in S^{O(Hur^p(\lambda))} \cap S^{O(Hur^r(\sigma))}$, $\lambda,\sigma \in [0,1]$.

В силу данной принадлежности для каждого $\alpha \in [0,1]$ по определениям (10) и (9) будем иметь:

$$\alpha Hur_S^{p}(\lambda) - (1-\alpha) Hur_S^{r}(\sigma) = \alpha Hur_S^{p}(P^O;\lambda) - $$
$$ - (1-\alpha) Hur_S^{r}(P^O;\sigma) = $$
$$= Hur^{pr}(P^O;\alpha,\lambda,\sigma) \le Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma). \quad (17)$$

Докажем неравенство, обратное неравенству (6):

$$Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma) = max\{Hur^{pr}(P;\alpha,\lambda,\sigma) : P \in S\} =$$
$$= max\{[\alpha Hur^p(P;\lambda) - (1-\alpha) Hur^r(P;\sigma)] : P \in S\} \le$$
$$\le max\{[\alpha Hur^p(P;\lambda)] : P \in S\} + max\{[(\alpha-1) Hur^r(P;\sigma)] : P \in S\} =$$
$$= \alpha\, max\{Hur^p(P;\lambda) : P \in S\} - (1-\alpha)\, min\{Hur^r(P;\sigma) : P \in S\} =$$
$$= \alpha Hur_S^{p}(\lambda) - (1-\alpha) Hur_S^{r}(\sigma). \quad (18)$$

Неравенства (17) и (18) доказывают равенство (13).

Импликация $b) \Rightarrow c)$ доказана. Теперь докажем импликацию $c) \Rightarrow d)$.

Пусть выполняется условие $c)$, т.е. справедливо равенство (13), из которого очевидно, что цена игры $Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$, $0 \le \alpha \le 1$, является линейной функцией аргумента α, определенной на отрезке $[0,1]$. Поэтому график цены игры $Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$, $0 \le \alpha \le 1$, есть отрезок неотрицательного наклона в полосе $0 \le \alpha \le 1$ с началом в $Hur_S^{pr}(0) = -Hur_S^{r}(\sigma)$ и концом $Hur_S^{pr}(1) = Hur_S^{p}(\lambda)$.

Таким образом, доказана выполнимость условия $d)$ и вместе с ним справедливость импликации $c) \Rightarrow d)$.

Теперь докажем импликацию $d) \Rightarrow a)$. (19)

Пусть выполняется $d)$. Докажем включение

$$S^{O(Hur^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma))} \subset S^{O(Hur^p(\lambda))} \cap S^{O(Hur^r(\sigma))},$$
$$\lambda,\sigma \in [0,1]. \quad (20)$$

Пусть $\alpha^* \in (0,1)$ и $P^O \in S^{O(Hur^{pr}(\alpha^*,\lambda,\sigma))}$. (21)

Тогда $Hur^{pr}(P^O;\alpha^*,\lambda,\sigma) = Hur_S^{pr}(\alpha^*,\lambda,\sigma)$. (22)

Стратегия P^O порождает отрезок - график функции $Hur^{pr}(P^O;\alpha^*,\lambda,\sigma)$ аргумента $\alpha \in [0,1]$, который в силу равенства (22) имеет с отрезком $Hur^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$ общую точку $\alpha^*, Hur_S^{pr}(\alpha^*,\lambda,\sigma)$. Эта точка лежит во внутренности отрезка $Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$, так как точка α^* лежит во внутренности отрезка $[0,1]$. Но поскольку отрезок $Hur^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$ является верхней огибающей отрезков $Hur^{pr}(P;\alpha,\lambda,\sigma)$, то отрезок $Hur^{pr}(P^O;\alpha,\lambda,\sigma)$ совпадает с отрезком $Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma) : Hur^{pr}(P^O : \alpha,\lambda,\sigma) = Hur_S^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma)$, $0 \le \alpha \le 1$. Из этого равенства, а также равенств (8) и (9) получаем:

$$-Hur^r(P^O;\sigma) = Hur^{pr}(P^O;\alpha=0,\lambda,\sigma) =$$

$$= Hur_S^{pr}(\alpha = 0, \lambda, \sigma) = -Hur_S^r(\sigma)\,, \quad (23)$$

$$Hur^p(P^O; \lambda) = Hur^{pr}(P^O; \alpha = 1, \lambda, \sigma) =$$

$$= Hur_S^{pr}(1, \lambda, \sigma) = Hur_S^p(\lambda)\,. \quad (24)$$

Отметим, что если бы $\alpha^* = 0$ или $\alpha^* = 1$, то нельзя было бы утверждать, что отрезки $Hur^{pr}(P^O : \alpha, \lambda, \sigma)$ и $Hur_S^{pr}(P^O : \alpha, \lambda, \sigma)$ совпадают. Из равенств (23) и (24) следует соответственно принадлежность $P^O \in S^{O(Hur^r(\sigma))}$ и $P^O \in S^{O(Hur^p(\lambda))}$, откуда получаем $P^O \in S^{O(Hur^r(\sigma))} \cap S^{O(Hur^p(\lambda))}$.

Итак, включение (20) доказано.

Докажем включение

$$S^{O(Hur^p(\lambda))} \cap S^{O(Hur^r(\sigma))} \subset S^{O(Hur^{pr}(\alpha, \lambda, \sigma))}\,, \quad (25)$$

обратное включению (20).

Пусть стратегия $P^O \in S^{O(Hur^r)} \cap S^{O(Hur^p)}$, $\alpha \in (0,1)$. Тогда $Hur^r(P^O; \sigma) = Hur_S^r(\sigma)$, $Hur^p(P^O; \lambda) = Hur_S^p(\lambda)$, и, следовательно, для любой стратегии $P \in S$ имеем:

$$Hur_S^{pr}(P : \alpha, \lambda, \sigma) = \alpha Hur^p(P; \lambda) -$$

$$-(1-\alpha)Hur^r(P; \sigma) \le \alpha Hur_S^p - (1-\alpha)Hur_S^p =$$

$$= \alpha Hur^p(P^O) - (1-\alpha)Hur^r(P^O) = Hur^{pr}(P^O, \alpha, \lambda, \sigma),$$

$$0 \le \alpha \le 1\,.$$

Данное неравенство означает, что $P^O \in S^{O(Hur^{pr}(\alpha, \lambda, \sigma))}$. Итак включение (25) доказано. Включения (24) и (25) доказывают справедливость (11).

Таким образом, импликация (19) и вместе с ней цепочка импликаций доказаны.

Применяя полученные выше результаты к рассмотренной ранее в[5] задаче, сделаем попытку найти оптимальную стратегию в смешанных стратегиях[6].

Как показывает проведенный в[7] анализ задачи, в большинстве случаев из трех стратегий используются две - A_1 “Для доставки и распределения произведенных автомобилей использовать автовозы собственного парка без аренды железнодорожных платформ” и A_2 “Для доставки произведенных автомобилей использовать автовозы собственного парка, а для распределения продукции автовозы сторонней транспортной компании, без аренды железнодорожных платформ”.

Поскольку в деятельности компании выбор таких стратегий многократен, целесообразно в решении данной игровой задачи перейти к смешанным стратегиям.

Пусть $P = (1-p, p)$, $0 \le p \le 1$, - общий вид смешанной стратегии в игре с природой, в которой игрок A имеет две чистые стратегии, которые задаются матрицей выигрышей:

A_i \ Π_j	Π_1	Π_2	Π_3
A_1	-1323,06	-1635,35	-1998,81
A_2	-1410,31	-1398,62	-1608,78
β_j	-1323,06	-1398,62	-1608,78

(26)

Используя матрицу (26), подсчитаем выигрыши игрока A при стратегии $P = (1-p, p)$ и при каждом состоянии природы:

$$\begin{cases} H(P; \Pi_1) = -1323{,}06(1-p) - 1410{,}31p = -87{,}25p - 1323{,}06, \\ H(P; \Pi_2) = -1635{,}35(1-p) - 1398{,}62p = -236{,}73p - 1635{,}35 \\ H(P; \Pi_3) = -1998{,}81(1-p) - 1608{,}78p = -390{,}03p - 1998{,}81. \end{cases} \quad (27)$$

Символически графики данных выигрышей представлены выше (см. рис. 1).

После проведения необходимых расчетов, которые не отражены в статье в силу своей громоздкости, представим полученный результат.

$P(1-1, 1) = (0, 1) = A_2$ является $Hur^p(\lambda)$ - оптимальной при $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$;

A_1, A_2 является $Hur^p(\lambda)$ - оптимальной при $\lambda = \lambda_2$;

A_1 является $Hur^p(\lambda)$ - оптимальной при $\lambda_2 < \lambda < 1$.

$$Hur_S^p(\lambda) = \begin{cases} -210{,}16\lambda - 1608{,}78; 0 \le \lambda < \lambda_1, \\ \dfrac{-8573377267}{596600} \approx -1437{,}038664; \lambda = \lambda_1, \\ -210{,}16\lambda - 1608{,}78; \lambda_1 < \lambda < \lambda_2, \\ \dfrac{-6670631754}{4655900} \approx -1432{,}726595; \lambda = \lambda_2 \\ 675{,}75\lambda - 1998{,}81; \lambda_2 < \lambda \le 1. \end{cases} \quad (28)$$

$$S^{O(Hur^p(\lambda))} = \begin{cases} \{A_2\}; 0 \le \lambda < \lambda_1, \\ \{A_2\}; \lambda = \lambda_1, \\ \{A_2\}; \lambda_1 < \lambda < \lambda_2, \\ \{A_1, A_2\}; \lambda = \lambda_2, \\ \{A_1\}; \lambda_2 < \lambda \le 1. \end{cases} = \begin{cases} \{A_2\}; 0 \le \lambda < \lambda_1, \\ \{A_1, A_2\}; \lambda = \lambda_2, \\ \{A_1\}; \lambda_2 < \lambda \le 1. \end{cases} \quad (29)$$

Теперь перейдем к критерию Гурвица относительно рисков. Сформируем матрицу рисков, порождаемую матрицей выигрышей (26):

A_i \ Π_j	Π_1	Π_2	Π_3
A_1	0	236,73	390,03
A_2	87,25	0	0

(30)

Используя матрицу рисков (30), подсчитаем риски игрока *A*:

$$\begin{cases} r(P;\Pi_1) = 0\cdot(1-p) + 87{,}25\cdot p = 87{,}25p, \\ r(P;\Pi_2) = 236{,}73(1-p) + 0\cdot p = -236{,}73p + 236{,}73; \\ r(P;\Pi_3) = 390{,}03(1-p) + 0\cdot p = -390{,}03p + 390{,}03. \end{cases} \quad (31)$$

Графически данные риски представлены ниже (рис. 2).

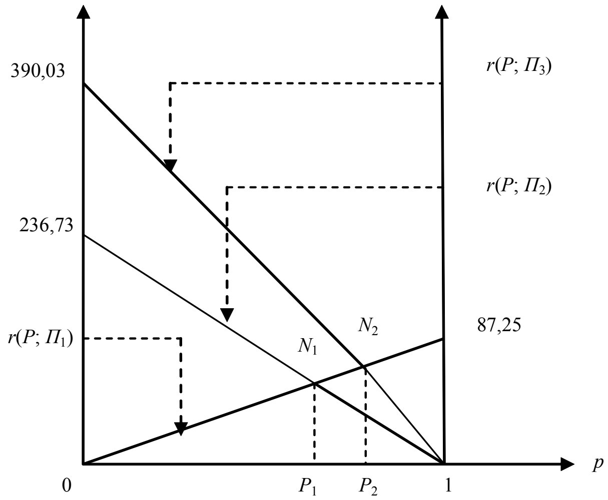

***Рис. 2.* Риски игрока в смешанных стратегиях**

Значит:

$P = (1-1,1) = (0,1) = A_2$ является $Hur^r(\sigma)$ - оптимальной при $\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$.

$P = (1-1,1) = (0,1) = A_2$ является $Hur^r(\sigma)$ - оптимальной при $\sigma = \sigma_2$.

$P = (1-1,1) = (0,1) = A_2$ является $Hur^r(\sigma)$ - оптимальной при $\sigma_2 < \sigma \le 1$.

$$Hur_S^r(\lambda) = \begin{cases} -28{,}02427309\sigma + 71{,}30011241; 0 \le \sigma \le \sigma_1, \\ 63{,}7395; \sigma = \sigma_1, \\ -87{,}25\sigma + 87{,}25; \sigma_1 < \sigma < \sigma_2, \\ 15{,}94988798; \sigma = \sigma_2, \\ -87{,}25\sigma + 87{,}25; \sigma_2 < \sigma \le 1, \end{cases}$$

$$S^{o(Hur^r(\sigma))} = \begin{cases} \{P = (1-p_2, p_2) = (0{,}183;0{,}817)\}, 0 \le \sigma < \sigma_1, \\ \{P = (0{,}813;0{,}817)\}; \sigma = \sigma_1, \\ \{A_2\}; \sigma_1 < \sigma < \sigma_2, \\ \{A_2\}; \sigma = \sigma_2, \\ \{A_2\}; \sigma_2 < \sigma \le 1, \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} \{P = (0{,}183;0{,}817)\}; 0 \le \sigma \le \sigma_1 \\ \{A_2\}; \sigma_1 < \sigma \le 1 \end{cases}$$

Из (29) и (33) видим, что $S^{O(Hur^p(\lambda))} \cap S^{O(Hur^r(\sigma))} = \{A_2\}$, при $0 \le \lambda \le \lambda_2$, $\sigma_1 < \sigma \le 1$.

Следовательно, по теореме 2

$$S^{O(Hur^{pr}(\alpha,\lambda,\sigma))} = \{A_2\}, \text{ при } 0 \le \alpha \le 1, \ 0 \le \lambda \le 0{,}838, \ 0{,}269 < \sigma \le 1.$$

Выводы

Анализируя проведенные выше расчеты, нетрудно видеть, что оптимальной является стратегия A_2, а именно использование собственного парка автовозов наряду с заключением договора по оказанию транспортно-экспедиторских услуг со сторонней транспортной компанией.

Данное резюме весьма логично и с точки зрения реальной экономики, т.е. в условиях, когда процесс транспортировки является регулярным. Это означает: остальные рассматриваемые компанией стратегии, при учете что подобная транспортировка и последующее распределение являются регулярным процессом, имеют более высокие риски и издержки.

Так, при использовании только собственного автопарка поломка или другая непредвиденная ситуация могут обернуться задержкой поставки товара клиентам. А в случае использования дополнительно железнодорожных платформ при низком спросе данный вид транспортировки может обернуться высокими издержками. Конечно, в случае применения стратегии A_2 есть риск заключить контракт с недобросовестной компанией, но этот фактор можно свести к минимуму при тщательном маркетинге рынка транспортных услуг.

[1] *Лабскер Л.Г., Айбазова С.Х.* Оптимизация издержек в транспортном аспекте логистической системы на основе синтетического критерия Гурвица // Управление риском. 2013. № 2 (66). С. 52-72.

[2] *Лабскер Л.Г.* Теория критериев оптимальности и экономические решения. М., 2008 (2009, 2010, 2011, 2012). Доказательство теоремы 4.6.1. С. 497.

[3] Там же. Доказательство 4.9.1. С. 551-552.

[4] *Красс М.С.* Математика для экономических специальностей. М., 2002. С. 25-30.

[5] *Лабскер Л.Г., Айбазова С.Х.* Указ. соч.

[6] *Лабскер Л.Г.* О множестве смешанных стратегий, оптимальных по критерию Гурвица относительно выигрышей, и финансовое приложение // Финансовый бизнес. 2014. № 1 (январь - февраль). С. 48-58.

[7] *Лабскер Л.Г., Айбазова С.Х.* Указ. соч.

Поступила в редакцию 06.03.2014 г.