Модель оценки влияния снижения застрахованного риска на скидку страхователю за предупредительные мероприятия

© 2014 Ростова Елена Павловна
кандидат экономических наук, доцент
Самарский государственный аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)
443086 г. Самара, ул. Московское шоссе, д. 34
E-mail: el_rostova@mail.ru

Рассмотрены различные системы страховой ответственности в сочетании с различными законами распределения случайной величины ущерба. Получено ограничение на скидку, предоставляемую страхователю за снижение застрахованного риска.

Ключевые слова: страхование, франшиза, первый риск, снижение риска, ожидаемый ущерб.

При проведении предупредительных мероприятий, ведущих к снижению риска в интересах как страхователя, так и страховщика, с одной стороны, скидка, предоставляемая за сниженный риск, стимулирует страхователя к проведению превентивных мероприятий, с другой стороны, страховщику выгодно страховать риск, вероятность наступления которого, а также ущерб от него меньше. Ограничения на размер средств страхователя, предназначенных на мероприятия по снижению риска, зависят от скидки, предоставляемой страховщиком, и снижения ожидаемого ущерба, т.е. от эффективности предпринятых мер[1]. Предоставление скидки за снижение риска застрахованного события ведет к уменьшению страховой премии страховщика и, как следствие, его дохода, вместе с тем стимулирует клиента на дальнейшее сотрудничество и последующее снижение застрахованного риска. Размер скидки является важным параметром как для страхователя, так и для страховщика. Как известно, сумма страховой премии зависит от размера ожидаемого ущерба страховщика[2], следовательно, скидка зависит от снижения ожидаемого ущерба.

Пусть X - случайная величина, соответствующая размеру ущерба страхователя при наступлении страхового случая, Y - величина ущерба страховщика, A - событие, состоящее в том, что страховой случай наступил, S - страховая стоимость объекта страхования, C - страховая сумма.

Математическое ожидание ущерба страховщика определим по формуле $M(Y) = M(Y|A)\cdot P(A)$, где $M(Y)$ - математическое ожидание ущерба страховщика, M(Y|A) - математическое ожидание ущерба страховщика при условии наступления страхового случая, $P(A)$ - вероятность наступления страхового случая.

Вероятность наступления страхового случая есть функция $\varphi(t)$, зависящая от времени t. $M(Y|A)$ зависит от:

- способа распределения ответственности между страховщиком и страхователем $otv(x)$;
- распределения ущерба от страхового случая $f(x)$.

В качестве функций $\varphi(t)$ и $f(x)$ могут выступать известные функции плотностей распределения вероятностей.

Таким образом, зная закон распределения случайной величины, описывающей размер ущерба при наступлении страхового случая и систему страховой ответственности, описанную в договоре, можно определить ожидаемый ущерб страховщика:

$$M(Y) = M(Y|A)\cdot P(A) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) otv(x) dx \int_{O}^{T} \varphi(t) dt.$$

Здесь T - период действия договора страхования.

При рассмотрении систем страховой ответственности, таких как страхование по системе “первого риска”, страхование с франшизой, страхование предельных рисков, при определении $M(Y|A)$ появляется интеграл с переменным верхним или нижним пределом в зависимости от конкретной задачи[3]. Таким образом, получаем следующие выражения:

$$M(Y|A) = \int_0^S f(x) x dx$$ для полного страхования.

$$M(Y|A) = \alpha \int_0^C f(x) x dx$$ для пропорционального страхования.

$$M(Y|A)=\Phi(C)+K=\int_0^C f(x)x\,dx+\int_C^S f(x)C\,dx$$ для ситуации страхования по системе первого риска с пределом ответственности C.

$$M(Y|A)=\Phi(fr)=\int_{fr}^S f(x)x\,dx$$ для страхования с условной франшизой fr.

$$M(Y|A)=\Phi(fr)=\int_{fr}^S f(x)(x-fr)\,dx$$ для страхования с безусловной франшизой fr.

В зависимости от того, насколько эффективно проводятся мероприятия по снижению застрахованного риска на предприятии, будут наблюдаться различные изменения функций плотности распределения случайной величины размера ущерба $f(x)$ и вероятности наступления застрахованного события $\varphi(t)$.

Пусть в результате проведения предупредительных мероприятий вероятность наступления застрахованного события за анализируемый временной интервал $[0, T]$ изменилась и составила:

$$P(A_1)=\int_O^T \varphi_1(t)dt.$$

где $\varphi_1(t)$ - новая функция распределения вероятности наступления застрахованного события, причем $\int_O^T \varphi(t)dt > \int_O^T \varphi_1(t)dt.$.

Изменение условной ожидаемой величины ущерба $M(Y|A)$ при наступлении страхового случая целесообразно рассмотреть для различных функций плотности распределения $f(x)$.

Получим изменение безусловной ожидаемой величины ущерба $\Delta M(Y)=M(Y)$ - $M(Y_1)$, где $M(Y)$ - ожидаемый ущерб до мероприятий по снижению риска, $M(Y_1)$ - значение ожидаемого ущерба после проведения предупредительных мероприятий, направленных на снижение ущерба.

Покажем, как проведение предупредительных мероприятий и снижение ожидаемого ущерба отразятся на страховой премии. Как известно из принципа равенства обязательств сторон[4], рисковая премия V равна ожидаемому ущербу страховщика. Тогда с учетом рисковой надбавки и нагрузки на ведение дела: $V > M(Y)$. Пусть $V = k\,M(Y)$, $k > 1$. Тогда $\Delta V = V - V_1 = k\,M(Y) - k\,M(Y_1) = k(M(Y) - M(Y_1)) > M(Y) - M(Y_1) = \Delta M(Y)$. То есть минимальный размер скидки, которую может предоставить страховщик за снижение риска, равен сумме снижения ожидаемого ущерба.

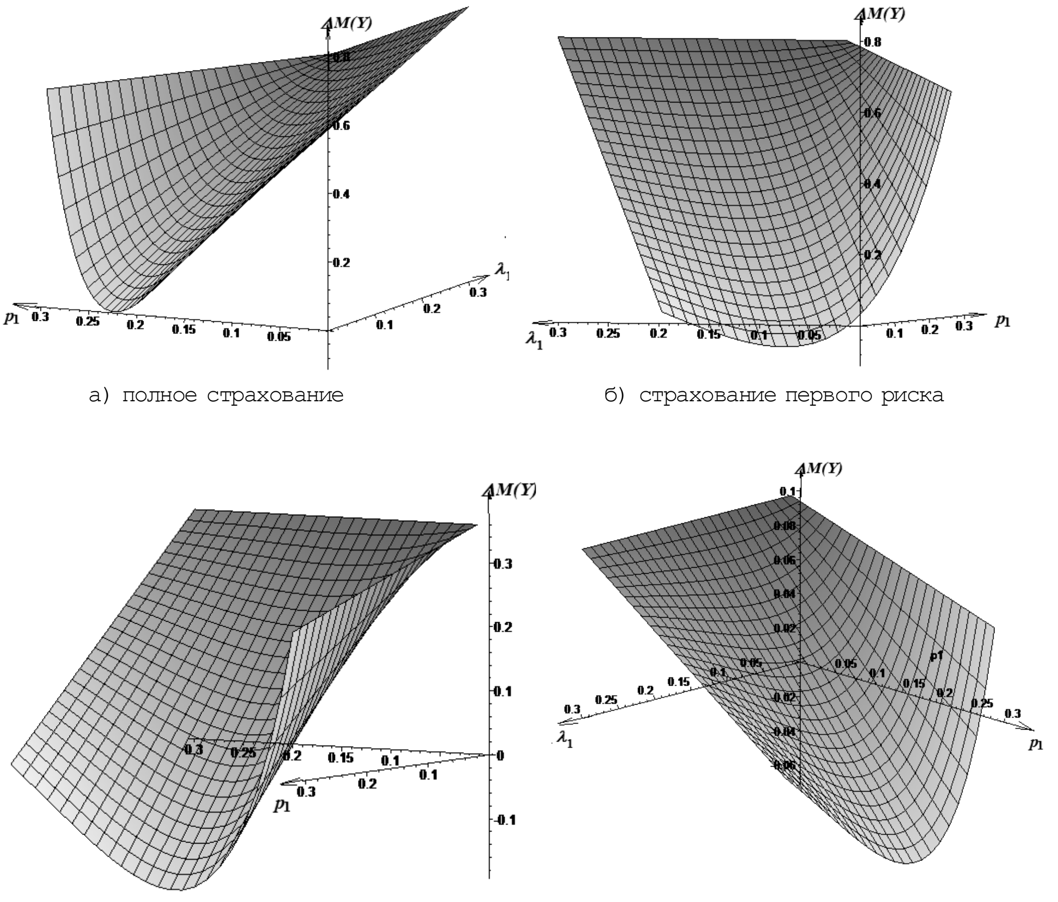
Далее проведем более подробный анализ, рассмотрев для каждого варианта системы страховой ответственности изменение параметров того или иного вида функции плотности распределения случайной величины ущерба.

Обратимся к различным вариантам систем страховой ответственности при ущербе, распределенном по экспоненциальному закону (табл. 1). Экспоненциальный закон характерен для случаев, малый размер ущерба которых имеет высокую вероятность, и, наоборот, значительные ущербы маловероятны.

***Таблица 1.* Ожидаемый ущерб страховщика для экспоненциально распределенного ущерба и различных систем ответственности**

Система страховой ответственности	До снижения риска	После снижения риска
Полное	$M(Y\|A)=\int_0^S \lambda e^{-\lambda x}x\,dx$	$M(Y_1\|A)=\int_0^S \lambda_1 e^{-\lambda_1 x}x\,dx$
Пропорциональное	$M(Y\|A)=\alpha\int_0^S \lambda e^{-\lambda x}x\,dx$	$M(Y_1\|A)=\alpha\int_0^S \lambda_1 e^{-\lambda_1 x}x\,dx$
Первый риск	$M(Y\|A)=\int_0^C \lambda e^{-\lambda x}x\,dx+\int_C^S \lambda e^{-\lambda x}C\,dx$	$M(Y_1\|A)=\int_0^C \lambda_1 e^{-\lambda_1 x}x\,dx+\int_C^S \lambda_1 e^{-\lambda_1 x}C\,dx$
Условная франшиза	$M(Y\|A)=\int_{fr}^S \lambda e^{-\lambda x}x\,dx$	$M(Y_1\|A)=\int_{fr}^S \lambda_1 e^{-\lambda_1 x}x\,dx$
Безусловная франшиза	$M(Y\|A)=\int_{fr}^S \lambda e^{-\lambda x}(x--fr)dx$	$M(Y_1\|A)=\int_{fr}^S \lambda_1 e^{-\lambda_1 x}(x-fr)dx$

Параметр λ_1, характеризующий частоту сбоя, принимает следующие значения: $\lambda_1 \in [0, \lambda]$. Вероятность наступления события $p_1 \in [0, 1]$. В зависимости от новых значений параметра распределения ущерба x и значения p_1 снижение ожидаемого ущерба будет различным.



а) полное страхование б) страхование первого риска

в) страхование с условной франшизой г) страхование с безусловной франшизой

Рис. 1. **Снижение ожидаемого ущерба при экспоненциальном распределении для различных систем ответственности**

ний размер ущерба. Параметр σ, характеризующий степень разброса величины ущерба, менять при данном анализе нецелесообразно, поскольку для определения ожидаемого ущерба наиболее важно оценить его усредненные параметры. Отражать в анализе степень разброса от среднего

Как видно из графиков (рис. 1), для экспоненциально распределенной величины поверхность, описывающая снижение ожидаемого ущерба, имеет характерный вид: при некоторых значениях нового параметра λ_1 распределения ущерба x и значениях вероятности p_1 значение $\Delta M(Y)$ принимает отрицательные значения.

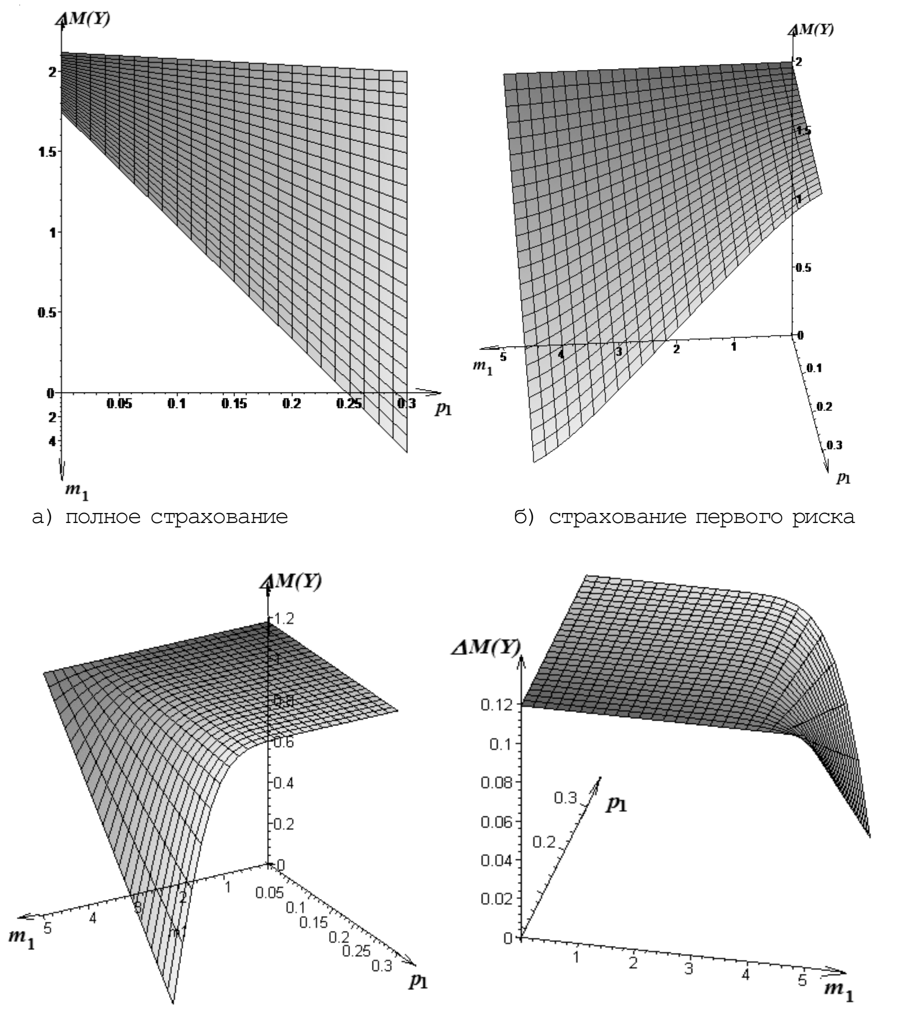
Проанализируем далее ущерб, распределенный по нормальному закону, и рассмотрим для него различные системы страховой ответственности (табл. 2). Нормальный закон описывает случаи, для которых малые и крупные ущербы имеют малую вероятность, а средние по величине ущербы наступают достаточно часто.

Для случая нормального распределения варьировать будем параметр m, обозначающий средможно при более детальном рассмотрении. Параметр m_1 принимает значения $m_1 \in [0, m]$. Построим графики зависимости ожидаемого ущерба страховщика $\Delta M(Y)$ от значений нового параметра распределения ущерба и вероятности p_1.

На графиках (рис. 2) видно различие в характере изменения ожидаемого ущерба страховщика при страховании с франшизой от полного страхования и страхования первого риска. При наличии франшизы изменение $\Delta M(Y)$ имеет ограничение, выше которого исследуемый показатель не поднимается. При полном страховании и страховании первого риска максимальное значение снижения ожидаемого ущерба страховщика наблюдается при m_1=0 и p_1=0, а для страхования с франшизой максимальное значение $\Delta M(Y)$

Таблица 2. **Ожидаемый ущерб страховщика для нормально распределенного ущерба и различных систем ответственности**

Система страховой ответственности	До снижения риска	После снижения риска
Полное	$M(Y\vert A)=\int\limits_0^S \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} x dx$	$M(Y_1\vert A)=\int\limits_0^S \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma^2}} x dx$
Пропорциональное	$M(Y\vert A)=\alpha\int\limits_0^S \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} x dx$	$M(Y_1\vert A)=\alpha\int\limits_0^S \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma^2}} x dx$
Первый риск	$M(Y\vert A)=\int\limits_0^C \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} x dx$ +	$M(Y_1\vert A)=\int\limits_0^C \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma^2}} x dx$ +
Условная франшиза	$M(Y\vert A)=\int\limits_{fr}^S \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} x dx$	$M(Y_1\vert A)=\int\limits_{fr}^S \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma^2}} x dx$
Безусловная франшиза	$M(Y\vert A)=\int\limits_{fr}^S \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} (x--fr) x dx$	$M(Y_1\vert A)=\int\limits_{fr}^S \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma^2}} (x--fr) x dx$



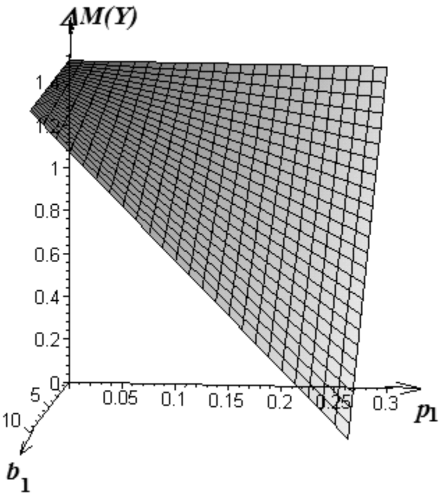
а) полное страхование б) страхование первого риска

в) страхование с условной франшизой г) страхование с безусловной франшизой

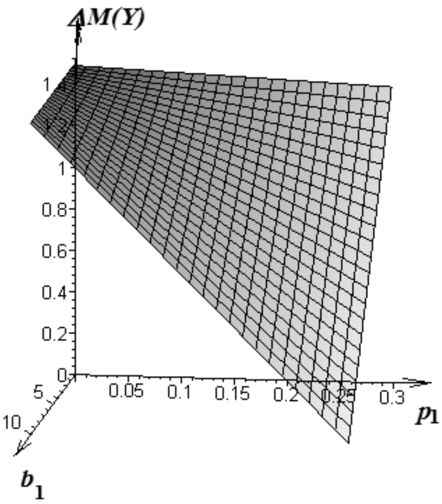
Рис. 2. **Снижение ожидаемого ущерба при нормальном распределении для различных систем ответственности**

Таблица 3. **Ожидаемый ущерб страховщика для равномерно распределенного ущерба и различных систем ответственности**

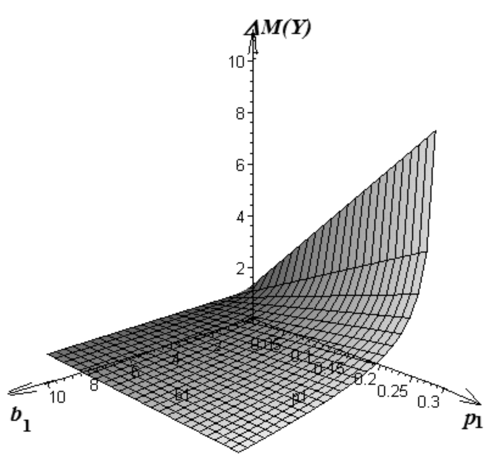
Система страховой ответственности	До снижения риска	После снижения риска
Полное	$M(Y\|A)=\int_0^S \frac{x}{b-a}dx$	$M(Y_1\|A)=\int_0^S \frac{x}{b_1-a}dx$
Пропорциональное	$M(Y\|A)=\alpha\int_0^S \frac{x}{b-a}dx$	$M(Y_1\|A)=\alpha\int_0^S \frac{x}{b_1-a}dx$
Первый риск	$M(Y\|A)=\int_0^C \frac{x}{b-a}dx+\int_C^S \frac{C}{b-a}dx$	$M(Y_1\|A)=\int_0^C \frac{x}{b_1-a}dx+\int_C^S \frac{C}{b_1-a}dx$
Условная франшиза	$M(Y\|A)=\int_{fr}^S \frac{x}{b-a}dx$	$M(Y_1\|A)=\int_{fr}^S \frac{x}{b_1-a}dx$
Безусловная франшиза	$M(Y\|A)=\int_{fr}^S \frac{x-fr}{b-a}dx$	$M(Y_1\|A)=\int_{fr}^S \frac{x-fr}{b_1-a}dx$



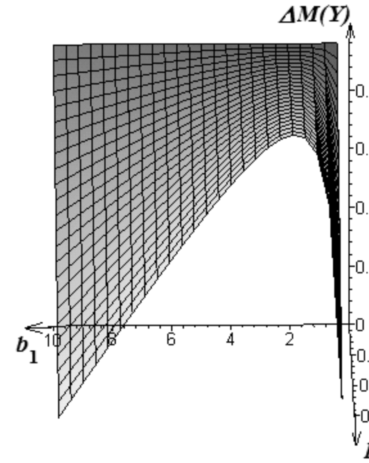
а) полное страхование



б) страхование первого риска



в) страхование с условной франшизой



г) страхование с безусловной франшизой

Рис. 3. **Снижение ожидаемого ущерба при равномерном распределении для различных систем ответственности**

достигается на некотором интервале $m_1 \in [m'_1, m''_1]$. Следовательно, дальнейшее снижение параметра m_1 при переходе границы m''_1 в целях снижения ожидаемого ущерба неэффективно, поскольку не изменит значения $\Delta M(Y)$.

Рассмотрим равномерно распределенный ущерб x от застрахованного события. Применение равномерного закона распределения вероятностей допустимо при описании случаев, малый ущерб которых имеет низкую вероятность появления, а крупные ущербы наступают достаточно часто. Запишем выражения для условного ожидаемого ущерба при различных системах страховой ответственности (табл. 3).

Для равномерного закона распределения параметры a и b показывают интервал изменения величины ущерба. При осуществлении предупредительных мероприятий верхняя граница b_1 может сместиться в сторону уменьшения и будет меняться в следующем диапазоне $[a, b_1]$.

Для равномерно распределенной случайной величины ущерба (рис. 3) при различных системах ответственности наблюдается та же особенность, что и при нормальном распределении: при полном страховании и первом риске максимальное значение изменения ожидаемого ущерба достигается в единственной точке при $m_1 = 0$ и $p_1 = 0$, при страховании с условной франшизой значение $\Delta M(Y)$ ограничено снизу, при страховании с безусловной франшизой максимальное значение изменения $\Delta M(Y)$ наблюдается на некотором интервале $b_1 \in [b'_1, b''_1]$.

Полученные выражения (см. табл. 1 - 3) и закономерности, отображенные на графиках (см. рис. 1 - 3), позволяют оценить целесообразность и направленность мероприятий по снижению риска для страхователя, поскольку анализируемое значение изменения ожидаемого ущерба является минорантой для возможной скидки при заключении договора страхования по данному риску. Для страховщика полученные результаты также позволяют ограничить снизу возможную скидку страхователю за мероприятия по снижению застрахованного риска, а также могут быть использованы для сравнительного анализа различных систем ответственности при известном законе распределения ущерба. Также следует отметить, что для различных комбинаций систем страховой ответственности и функций распределения результаты снижения ожидаемого ущерба значительно отличаются как по характеру поверхностей $\Delta M(Y)$ (см. рис. 1 - 3), так и по разбросу максимальных и минимальных значений.

[1] *Ростова Е.П.* Определение мажоранты для размера фонда предупредительных мероприятий застрахованного события // Вестник СГАУ. 2012. □ 6. С. 133-139.

[2] *Корнилов И.А.* Основы страховой математики: учеб. пособие для вузов. М., 2004.

[3] *Ростова Е.П.* Определение уровня собственного удержания страхователя для непропорционального страхования // Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий: материалы Междунар. науч.-практ. конф. Сочи, 2012. С. 68-69.

[4] *Корнилов И.А.* Указ. соч.

Поступила в редакцию 06.03.2014 г.