

Формирование устойчивых стратегий банками в условиях объемной и ценовой конкуренции на финансовом рынке

© 2012 М.Г. Сорокина, С.Е. Ежов, А.Д. Гришанова
Самарский государственный аэрокосмический университет
(национальный исследовательский университет)

© 2012 С.А. Кирилина
Тольяттинский государственный университет
E-mail: grishanov-sgau@mail.ru

Сформулированы и решены задачи выбора объемов привлекаемых и вовлекаемых в кредиты денежных ресурсов, осуществлено моделирование конкурентной среды и определены предельные значения рыночных параметров, реализация которых обеспечивает устойчивость и рентабельность предоставления финансовых услуг клиентам коммерческого банка.

Ключевые слова: равновесные процентные ставки, финансовый рынок, условия устойчивости решений, конкурентная среда.

Введение

Российский финансовый рынок как объект управления отличается большим разнообразием, пребывает в неустановившемся переходном режиме и в стадии становления; при этом, преобладающей формой рыночной структуры в сфере финансовых услуг является олигополия. В данной связи операционный доход, получаемый олигопольным коммерческим банком, зависит не только от его стратегии, но и от выбора конкурирующими участниками объемов, кредитов, депозитов их процентных ставок, качества услуг. Это вызывает необходимость в моделировании поведения олигопольных финансовых фирм на рынке, используя теоретико-игровые модели, простейшей и наиболее наглядной из которых является модель дуополии.

Учитывая, что значительная доля финансовых рынков относится к олигополиям и олигопсониям, разработка и исследование их математических моделей принятия решений по выбору объема кредитования и объемов привлечения ресурсов и оценка устойчивости взаимодействия между коммерческими банками как участниками денежного рынка представляют большой теоретический и практический интерес¹.

В работе сформулирована вначале постановка задачи выбора объема одного вида кредитов на кредитном рынке, в котором участвуют n коммерческих банков, заинтересованных в получении максимальной величины операционного дохода в условиях независимой ее максимизации.

Моделирование конкурентной среды на кредитно-депозитном рынке и выбор устойчивых финансовых операций

Для решения поставленной задачи сформирована следующая система взаимосвязанных моделей принятия решений каждым участником кредитного рынка, отражающая конкурентный характер их взаимодействия:

$$OD_i(y) = \alpha(L)y_i \rightarrow \max_{y_i \in Y_i} \quad i = 1, n,$$

$$L(y) = \sum_{j=1}^n y_j, \quad \alpha(L) = \varphi(L), \tag{1}$$

$$y = (y_1, \dots, y_n).$$

$$Y_i = \{y_i / 0 \leq y_i \leq L_i\},$$

$$y_i \geq 0, \quad i = 1, n,$$

где $OD_i(y)$ - величина операционного дохода, получаемая i -м банком от реализации кредита в объеме y_i ;

$\alpha(L) = \varphi(L)$ - обратная функция спроса на кредиты одного сегмента;

L_i - спрос на кредиты со стороны заемщиков, выдаваемых i -м банком;

$L(y)$ - суммарный объем выдаваемых кредитов участниками кредитного рынка;

Y_i - допустимое множество объемов кредитов, выдаваемых i -м банком;

$y = (y_1, \dots, y_n)$ - вектор объемов, выдаваемых кредитов участниками рынка.

Если решение находится внутри допустимой области Y_i , то его определение сводится к вычислению частных производных функций операционного дохода и последующего решения системы уравнений относительно объемов кредитования:

$$\frac{\partial OD_i(y)}{\partial y_i} = \frac{\partial \alpha(L)}{\partial L} \frac{\partial L(y)}{\partial y_i} y_i^* + \alpha(L) \frac{\partial L}{\partial y_i} = 0, i = 1, n. \quad (2)$$

Анализируя систему уравнений (2), отметим, что производная $\frac{\partial L(y)}{\partial y_i} = 1 > 0$, процентная ставка кредита $\alpha(L) > 0$. Тогда для существования неотрицательных значений объемов кредитов и, следовательно, существование решения системы (2) необходимо, чтобы для каждого участника кредитного рынка обратная функция спроса на кредиты была убывающей функцией, т.е.

$$\frac{\partial \alpha(L)}{\partial y_i} < 0, i = 1, n. \quad (3)$$

Таким образом, одновременное выполнение неравенств

$$(\alpha(L) > 0) \wedge \left(\frac{\partial \alpha(L)}{\partial y_i} < 0, i = 1, n \right) \quad (4)$$

позволяет каждому участнику кредитного рынка сохранить свое присутствие на рынке в условиях конкурентного взаимодействия. Конкурентный характер взаимодействия в модели (1) проявляется в том, что операционный доход банка, с одной стороны, увеличивается с ростом объема кредитования, а с другой стороны, процентная ставка кредита в соответствии с неравенством (3) уменьшается с увеличением объема кредитования. В этой ситуации существует равновесное значение объема кредитования для банка, обеспечивающее ему оптимальную величину операционного дохода. Содержательно в соответствии с моделью (1) процесс взаимодействия между участниками рынка состоит в одновременном и независимом выборе каждым из них своей стратегии y_i ($i = 1, n$), из которых складывается совокупность $y = y_1, \dots, y_n$ и, таким образом, каждый из участников рынка влияет на равновесную процентную ставку, а через нее на операционный доход других коммерческих банков.

Таким образом, модель (1) представляет собой модель конкурентной среды и описывает поведение каждого из участников рынка в зависимости от поведения его конкурентов².

Опишем модель конкурентной среды при параметрически заданной линейной обратной функции спроса на кредиты:

$$\alpha(L) = \varphi(L) = \alpha_0 - bL(y), \quad (5)$$

где b - скорость убывания обратной функции спроса;

α_0 - начальная процентная ставка одготипного кредита.

Тогда операционный доход, получаемый i -м банком от реализации кредитов, равен

$$OD_i(y) = (\alpha_0 - bL(y))y_i, i = 1, n.$$

С учетом параметрически заданной линейной обратной функции спроса (5) систему уравнений (2) запишем в виде:

$$\frac{\partial OD_i(y)}{\partial y_i} = -by_i^* + \alpha_0 - bL(y) = 0, i = 1, n, \quad (6)$$

где y_i^* - оптимальное значение объема кредита, выдаваемого i -м банком.

Определим суммарное значение объема кредитования, процентной ставки и объема кредитования каждым банком в точке равновесия. Для этого сложим почленно систему уравнений (6), в результате получим:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial OD_i(y)}{\partial y_i} = -b \sum_{i=1}^n y_i^* + n\alpha_0 - bnL^P(y) = -(n+1)bL^P(y) + n\alpha_0 = 0.$$

Из полученного уравнения находим, что

$$L^P(y) = \frac{n\alpha_0}{(n+1)b}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (5), получим

$$\alpha^P(L) = \alpha_0 - bL^P(y) = \frac{\alpha_0}{n+1}. \quad (8)$$

Из системы уравнений (6) находим равновесный объем кредитования каждым участником рынка:

$$y_i^P = \frac{\alpha_0}{b} - L^P(y) = \frac{\alpha_0}{b(n+1)}, i = 1, n. \quad (9)$$

Полученные равновесные значения $L^P(y)$, $\alpha^P(L)$, y_i^P зависят от рыночных параметров - параметров функции спроса на кредиты: количества участников кредитного рынка, начальной процентной ставки кредита и коэффициента чувствительности процентной ставки кредита к их суммарному объему³.

Рассмотрим модель задачи принятия решений по выбору конкурентных стратегий на кредитном рынке одного вида с учетом затрат на покупку денежных ресурсов на депозитном рынке, расходов на привлечение ресурсов и вовлече-

ние их в кредиты, формирование резервных фондов и др. Примем, что критерием по выбору финансовых стратегий на кредитном рынке является для каждого банка величина прибыли, получаемой от реализации финансовых операций. Тогда задача выбора конкурентных стратегий, обеспечивающих максимум прибыли каждому банку при параметрически заданных обратной функции спроса на кредиты, при функциях затрат определяется из следующей системы взаимосвязанных моделей принятия решений:

$$\text{Pr}_i(y, x_i) = \alpha(L)y_i - \beta_i x_i \pm A_i(y_i, x_i) - c_i(y_i, x_i) \rightarrow \max_{y_i \in Y_i}, i = 1, n. \quad (10)$$

$$A_i = \gamma_i^A (y_i - x_i), c_i(y_i, x_i) = \gamma_i^y y_i + \gamma_i^x x_i, y_i = (1 - \delta_i)x_i, \delta_i \leq 1, Y_i = \{y_i / 0 \leq y_i \leq L_i\}, L(y) = \sum_{j=1}^n y_j, \alpha(L) = \alpha_0 - bL(y), y_i \geq 0, i = 1, n,$$

где β_i, x_i - процентная ставка и объем привлекаемого i -м банком;

$A_i(y_i, x_i)$ - величина, которая характеризует расходы и доходы i -го банка в зависимости от его позиции на ликвидном денежном рынке:

если $y_i > x_i$, то банк покупает дополнительные ресурсы по процентной ставке γ_i^A ; если $y_i < x_i$, то банк получает дополнительный доход, продавая величину ресурса в объеме $(x_i - y_i)$; $c_i(y_i, x_i) = \gamma_i^y y_i + \gamma_i^x x_i$ - расходы на реализацию финансовых операций.

Преобразуем модель принятия решений (10) к следующему виду:

$$\text{Pr}_i(y) = (\alpha_0 - bL(y))y_i - z_i y_i \rightarrow \max_{y_i \in Y_i}, i = 1, n.$$

$$Y_i = \{y_i / 0 \leq y_i \leq L_i\}, y_i \geq 0, i = 1, n, \quad (11)$$

где $z_i = [\beta_i - \gamma_i^A(1 - \delta_i) + \gamma_i^y(1 - \delta_i) + \gamma_i^x] \frac{1}{(1 - \delta_i)}$ - приведенные к объему кредитования удельные затраты.

Предполагая, что оптимальное значение объемов кредитования находится внутри допустимой области, сформируем из необходимых условий оптимальности систему уравнений

$$\frac{\partial \text{Pr}_i(y)}{\partial y_i} = -by_i^* + \alpha_0 - bL(y) - z_i = 0, i = 1, n. \quad (12)$$

Складывая почленно составляющие каждого уравнения системы (12), определим равновесные значения суммарного объема кредитования из уравнения

$$L^p(y) = \frac{1}{(n+1)b} (n\alpha_0 - \sum_{i=1}^n z_i). \quad (13)$$

Из данного уравнения следует, что для получения неотрицательного значения суммарного равновесного объема кредитования необходимо, чтобы начальная процентная ставка кредита удовлетворяла неравенству

$$\alpha_0 > \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i, \quad (14)$$

т.е. процентная ставка должна быть не меньше средних приведенных затрат. Равновесная процентная ставка с учетом (13) равна

$$\alpha^p(L^p) = \frac{1}{(n+1)} (\alpha_0 + \sum_{i=1}^n z_i). \quad (15)$$

Из системы уравнений (12) с учетом (15) равновесный объем кредитования для каждого банка выбирается в соответствии с уравнением

$$y_i^p = \frac{1}{b} (\alpha^p(y) - z_i), \quad i = 1, n. \quad (16)$$

Из (16) следует, что для неотрицательности равновесных объемов выдаваемых банками кредитов необходимо, чтобы их равновесная процентная ставка превышала предельные затраты. Если равновесная процентная ставка больше максимального из всех значений предельных затрат

$$\alpha^p(y) > \max_i (z_i, i = 1, n), \quad (17)$$

то все участники сохраняют свое присутствие на кредитном рынке.

Таким образом, разность между равновесной процентной ставкой и удельными затратами участника рынка представляет собой величину кредитного потенциала, в соответствии с которым банк занимает свою долю кредитного рынка рассматриваемого вида.

Преобразуем уравнение (16), подставив в него равенство (15).

$$\begin{aligned} y_i^p &= \frac{1}{b} \left(\frac{1}{(n+1)} (\alpha_0 + \sum_{i=1}^n z_i) - z_i \right) = \\ &= \frac{1}{(n+1)b} \left(\alpha_0 + \left(\sum_{j \neq i}^n z_j - n \right) z_i \right) = \\ &= \frac{1}{(n+1)b} (\alpha_0 + (k_i - n)z_i), i = 1, n, \quad (18) \end{aligned}$$

где $k_i = \sum_{j \neq i}^n \frac{z_j}{z_i}$ - конкурентоспособность i -го банка по удельным затратам, а величина $\frac{z_j}{z_i}$ - конкурентное преимущество i -го банка относительно j -го по удельным затратам, если $\frac{z_j}{z_i} > 1$ и наоборот, отсутствие конкурентного преимущества

i -го банка относительно j -го по затратам, если $\frac{z_j}{z_i} < 1$.

Из полученного уравнения (18) следует, что для неотрицательности объемов кредитования в точке равновесия необходимо, чтобы начальная процентная ставка в уравнении обратной функции спроса на кредиты удовлетворяла неравенству:

$$\alpha_0 \geq \max_i (n - k_i) z_i. \quad (19)$$

Из неравенства (19) заключаем, что чем больше конкурентоспособность банка по удельным затратам, тем меньшее значение начальной процентной ставки нужно иметь, чтобы присутствовать на рынке по рассматриваемому виду кредита. Чем больше конкурентоспособность банка, тем большую долю кредитного рынка он занимает.

Таким образом, при одновременном и независимом выборе каждым участником однотипного кредитного рынка стратегии по объему кредитования складывается равновесная рыночная ситуация, обеспечивающая каждому банку максимальную прибыль, характеризующаяся совокупностью параметров, определяемых из уравнений (13-19).

Рассмотрена проблема конкурентного взаимодействия между банками как на кредитном рынке, так и на депозитном в условиях объемной конкуренции. Пусть обратные функции спроса на кредиты и предложения ресурсов на депозитном рынке являются линейными, имеющими следующий вид:

$$\alpha(L) = \alpha_0 - bL(y), \beta(D) = \beta_0 - dD(x), \quad (20)$$

где $D(x) = \sum_{j=1}^n x_j$ - суммарный объем ресурсов, привлекаемый участниками депозитного рынка.

Для данной ситуации величина прибыли, получаемой каждым участником кредитно-депозитного рынка при реализации финансовых операций, определяется из уравнений:

$$\text{Пр}_i(y, x) = (\alpha(L) - \gamma_i^A - \gamma_i^Y) y_i + (\gamma_i^A (1 - \delta_i) - \beta(D) - \gamma_i^X) x_i, \quad i = 1, n.$$

При параметрически заданных обратных функциях спроса на кредиты и предложения ресурсов модель задачи принятия решений по выбору объемов кредитования и объемов привлекаемых ресурсов будет иметь вид

$$\begin{aligned} \text{Пр}_i(y, x) &= (\alpha_0 - bL(y) - \gamma_i^A - \gamma_i^Y) y_i + \\ &+ (\gamma_i^A (1 - \delta_i) - \beta_0 - dD(x) - \gamma_i^X) x_i \rightarrow \\ &\rightarrow \max_{\substack{y_i \in Y_i \\ x_i \in X_i}} i = 1, n, \end{aligned}$$

$$Y_i = \{y_i / 0 \leq y_i \leq L_i\}, \quad y_i \geq 0, \quad i = 1, n,$$

$$X_i = \{x_i / 0 \leq x_i \leq D_i\}, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, n.$$

Таким образом, в сформированной системе моделей принятия обоснованных решений прибыль каждого банка представляет собой функцию от объемов выдаваемых кредитов и объемов привлекаемых ресурсов. В решении задачи максимизации прибыли по аргументам $y_i, x_i, i = 1, n$ необходимое условие оптимальности примет вид

$$\frac{\partial \text{Пр}_i(y, x)}{\partial y_i} = -b y_i^* + \alpha_0 - bL(y) - \gamma_i^A - \gamma_i^Y = 0, \quad i = 1, n, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \text{Пр}_i(y, x)}{\partial x_i} = -d x_i^* + \beta_0 - dD(x) + \gamma_i^A (1 - \delta_i) - \gamma_i^X = 0, \quad i = 1, n. \quad (22)$$

Из полученных систем уравнений (21,22) следует, что если расходы на реализацию финансовых операций являются линейными функциями своих аргументов, то значения оптимальных объемов кредитования и объемов привлечения денежных ресурсов являются независимыми друг от друга, т.е. кредитный и депозитный рынки обладают независимыми характеристиками в точке их равновесия. С учетом независимости системы уравнений (21) и (22) определим из системы уравнений (21) равновесные объемы кредитования участников кредитного рынка, а из системы уравнений (22) - равновесные объемы привлекаемых ресурсов участниками депозитного рынка. Так, складывая почленно составляющие уравнений (21), получим, что равновесный суммарный объем кредитования равен:

$$L^P(y) = \frac{1}{(n+1)b} (n\alpha_0 - \sum_{i=1}^n h_i^Y), \quad (23)$$

где $h_i^Y = \gamma_i^A + \gamma_i^Y$ - удельные затраты на покупку дополнительных ресурсов и реализацию кредитных операций.

Из данного уравнения следует, что для получения неотрицательного значения суммарного равновесного объема кредитования необходимо, чтобы начальная процентная ставка кредита удовлетворяла неравенству

$$\alpha_0 > \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i^Y,$$

т.е. процентная ставка должна быть не меньше средних приведенных затрат.

Равновесное значение процентной ставки кредита с учетом (23) равно:

$$\alpha^P(L^P) = \frac{1}{(n+1)} (\alpha_0 + \sum_{i=1}^n h_i^Y). \quad (24)$$

При известном значении равновесной процентной ставки из уравнения (21) равновесный объем кредитования равен:

$$y_i^p = \frac{1}{i} (\alpha^p(y) - h_i^y) = \frac{1}{i} (\alpha_0 + (L^y - n)h_i^y), \quad i = 1, n, \quad (25)$$

где $k_i^y = \sum_{j \neq i} \frac{h_j^y}{h_i^y}$ - конкурентоспособность i -го банка по удельным затратам.

Из (25) следует, что для неотрицательности равновесных объемов выдаваемых банками кредитов необходимо, чтобы их равновесная процентная ставка превышала предельные затраты. При этом, если равновесная процентная ставка больше максимального из всех значений предельных затрат $\alpha^p(y) > \max_i(h_i^y, i = 1, n)$ то все участники сохраняют свое присутствие на кредитном рынке.

Из полученного уравнения (25) также следует, что для неотрицательности объемов кредитования в точке равновесия необходимо, чтобы начальная процентная ставка в уравнении обратной функции спроса на кредиты удовлетворяла неравенству $\alpha_0 \geq \max_i(n - k_i^y)h_i^y$. Из неравенства заключаем, что чем больше конкурентоспособность банка по удельным затратам, тем меньшее значение начальной процентной ставки нужно иметь, чтобы присутствовать на рынке по рассматриваемому виду кредита. Чем больше конкурентоспособность банка, тем большую долю кредитного рынка он занимает.

Из системы уравнений (22) определим равновесные объемы привлекаемых ресурсов участниками депозитного рынка. Так, складывая почленно составляющие уравнений (22), получим, что равновесный суммарный объем привлекаемых ресурсов равен:

$$D^p(y) = \frac{1}{(n+1)d} (\sum_{i=1}^n h_i^x - n\beta_0), \quad (26)$$

где $h_i^x = \gamma_i^A(1 - \delta_i) - \gamma_i^x$ - удельные затраты на покупку дополнительных ресурсов и реализацию депозитных операций.

Для получения неотрицательного значения суммарного равновесного объема привлекаемых ресурсов необходимо, чтобы выполнялись неравенства $\beta_0 < \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i^x$, $\gamma_i^A > \gamma_i^x / (1 - \delta_i), i = 1, n$.

Равновесное значение процентной ставки депозита с учетом (26) равно:

$$\beta^p(D^p) = \frac{1}{(n+1)} (\beta_0 + \sum_{i=1}^n h_i^x). \quad (27)$$

При известном значении равновесной процентной ставки депозита из уравнения (22) равновесный объем привлекаемых ресурсов равен:

$$x_i^p = \frac{1}{i} (h_i^x - \beta^p(x)) = \frac{1}{i} ((n - k_i^x)h_i^x - \beta_0), \quad i = 1, n, \quad (28)$$

где $k_i^x = \sum_{j \neq i} \frac{h_j^x}{h_i^x}$ - конкурентоспособность i -го банка по удельным затратам.

Из полученного уравнения (28) следует, что для неотрицательности объемов привлекаемых ресурсов в точке равновесия необходимо, чтобы начальная процентная ставка в уравнении обратной функции предложения ресурсов удовлетворяла неравенству $\beta_0 < \min_i(n - k_i^x)h_i^x$.

Выводы

Сформированы в условиях объемной конкуренции совокупность взаимосвязанных через функции спроса на кредиты моделей принятия решений по критерию максимизации операционного дохода, прибыли, учитывающих конфликтный характер отношений между участниками кредитного рынка, затраты на покупку ресурсов, формирование резервных фондов, реализацию финансовых операций.

Проведено исследование и разработаны модели принятия обоснованных решений по выбору финансового состояния коммерческого банка при максимизации величины прибыли, и на этой основе определены предельные значения рыночных параметров, обеспечивающих существование равновесных, устойчивых и рентабельных стратегий на кредитном рынке в условиях объемной конкуренции.

Сформулирована постановка задачи и сформирована система взаимосвязанных моделей принятия решений по выбору процентных ставок кредитов и депозитов по критерию максимизации прибыли коммерческого банка в условиях ценовой конкуренции между участниками кредитного и депозитного рынков.

Определены условия устойчивости равновесных решений назначения параметров функций спроса на кредиты и предложения ресурсов, реализация которых обеспечивает сохранение конкурентной среды на кредитном и депозитных рынках в условиях ценовой конкуренции.

¹ См.: Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М., 2002; Новиков Д.А., Иващенко А.А. Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы. М., 2006.

² Гришанова А.Д., Тюлевина Е.С. Моделирование рынка пусковых услуг в условиях глобализации: монография. Самара, 2012.

³ См.: Богатова М.Ю. Формирование бюджета доходов и расходов от проведения депозитных и кредитных операций в задаче бюджетирования коммерческого банка // Вестн. Самар. гос. экон. ун-та. 2010. □ 2. С. 12-18; Богатова М.Ю., Титов К.А. Параметрические условия рентабельности финансовых операций и устойчивости конкурентной среды на депозитном рынке с полной информированностью в условиях олигопсонии // Вестн. Самар. муниципального ин-та управления. 2010. □ 1. С. 22-26.

Поступила в редакцию 04.09.2012 г.