

## Развитие методического инструментария анализа финансовых активов

© 2011 М.Л. Николаев

доктор физико-математических наук, профессор  
Марийский государственный университет, г. Йошкар-Ола  
E-mail: center\_audita@mail.ru

В статье обоснован новый методический инструмент оптимизации сделок купли-продажи ценных бумаг на фондовом рынке. Дана характеристика разработанной модели, в основу которой положено математическое решение задачи многократной купли-продажи финансового актива. Модель является новой, базируется на теории оптимальных правил многократной остановки случайных процессов.

*Ключевые слова:* фондовый рынок, сделки, купля-продажа, финансовый актив, оптимизация.

Развитие сложных финансовых рынков позволяет осуществлять торговлю новыми инструментами, меняя тем самым структуру риска и развивая главные факторы экономической деятельности. В этой связи международные стандарты финансовой отчетности (МСФО) держат на постоянном контроле вопросы учета и отражения в отчетности финансовых инструментов. Для того чтобы понять, какая информация, какие специфические характеристики финансовых инструментов должны быть отражены в отчетности организаций, следует выделить ключевые идеи международных стандартов в части признания и оценки финансовых инструментов, методах их анализа.

В международной практике подходы к оценке финансовых инструментов не отличаются единством: одни инструменты учитываются по первоначальной стоимости, другие - по справедливой стоимости. Например:

- производные финансовые инструменты (включая встроенные финансовые инструменты в другие договоры), большая часть финансовых активов оцениваются по справедливой стоимости;

- непроизводные финансовые обязательства оцениваются по амортизированной стоимости; и др.

Для того чтобы применение финансовых инструментов на фондовом рынке имело большую эффективность, сам фондовый рынок должен характеризоваться наличием торговых систем, обеспечивающих контакт продавцов и покупателей, и информационной прозрачностью рынка.

Информация по торгам должна быть точной, правильной и содержательной. Поэтому большое внимание на фондовом рынке уделяется раскрытию информации со стороны:

- эмитентов о финансовом состоянии предприятия, о предстоящих выпусках ценных бумаг, крупных акционерах и т.д.;

- профессиональных участников фондового рынка о своей квалификации, условиях предоставления клиентам различных услуг, своих финансовых обязательств;

- организаторов торговли о правилах торговли, условиях листинга;

- органов регулирования об изменениях нормативно-правовой базы, системе контроля за деятельностью на фондовом рынке и соблюдении правил работы.

Фондовый рынок имеет дело с активами, относящимися к группе капиталов (ценные бумаги, драгоценные металлы и пр.). Основная операция на фондовом рынке - купля-продажа соответствующего актива.

Особенностью рынка ценных бумаг является то обстоятельство, что, как правило, эти ценные бумаги могут свободно обращаться на рынке. То есть лицо, вложившее деньги в какое-либо производство посредством приобретения ценных бумаг, может вернуть их (полностью или частично), продав бумаги, в то время как сами денежные средства не изымаются из процесса производства и предприятие продолжает функционировать. Такая возможность свободной купли-продажи ценных бумаг позволяет вкладчику самостоятельно выбирать время, на которое он желает разместить свои средства в тот или иной бизнес.

Одной из особенностей рынка драгоценных металлов является то, что торгуемый на нем актив (золото) может одновременно выступать и резервным активом, и товаром, цена которого зависит от спроса и предложения на рынке.

Работа на фондовом рынке требует гибкого мышления и точных расчетов. Необходимо в

короткое время адекватно оценить поступающую информацию, учесть возможные риски, проанализировать возможности прибыли и убытка. Основа биржевой операции - это сделка купли-продажи определенного актива с вытекающим ее окончанием. Любая сделка должна принести прибыль, чего интуитивно добиться невозможно, поэтому необходимо использовать методы математического моделирования для оптимизации сделок.

Заключение сделок на фондовом рынке - многофакторный процесс, протекающий в условиях неопределенности. Принятие решения в условиях неопределенности означает выбор варианта решения, когда одно или несколько действий имеют своим следствием множество частных исходов, но их вероятности совершенно не известны или не имеют смысла. Для моделирования подобных процессов используются стохастические модели, основанные на теории случайных процессов.

Моделирование основано на использовании того или иного метода поиска, задающего число последовательных процедур и порядок их выполнения, а также диапазон временных периодов, на котором будет применяться исследуемая стратегия. Таким образом, алгоритм поиска включает перебор различных параметров, определяемых методом моделирования, и выбора наилучшего набора параметров модели.

Рассмотрим некоторые модели, которые используются для обоснования цен при совершении биржевых сделок.

Модель "случайных блужданий" основана на постулате, что любое изменение цен независимо от последовательности предыдущих изменений цен. В результате изучение прошлого характера изменения цены актива не дает возможности определить последующее направление ее движения. Таким образом, существует 50 %-ная вероятность, что в следующий момент она пойдет как вверх, так и вниз. При этом не учитывается тот факт, что для каждого испытания модели должны быть ясно определены интервалы, в течение которых изменяются цены и активы. Становится непонятным, можно ли одинаково пользоваться данным методом, если анализ ведется в коротких и длинных интервалах времени, и как поступать, если интервалы случайных блужданий определяются возникновением случайных событий?

Модель эффективного рынка также связана с использованием вероятностных оценок в анализе рынков капитала. Эффективные рынки представляются такими, где в сложившихся ценах уже учтена вся ценовая история. Следова-

тельно, цена изменится только тогда, когда появится новая ценовая информация. Эффективный рынок не может быть игровым не только потому, что в ценах отражает известную информацию, но и потому, что само по себе большое количество инвесторов обеспечивает справедливость этих цен. Инвесторы и определяют, какая информация для них важна, а какая нет. И только после систематизации этой информации на рынке определяется равновесная цена.

Эффективным способом моделирования возможных ситуаций на торгах выступают имитационные модели, работающие на основе алгоритмов, заменяющих реальных биржевых игроков. Процесс биржевой торговли в этом случае состоит в следующем. В течение сессии участники торгов в произвольном порядке подают заявки. Каждая заявка характеризуется направленностью (на покупку или на продажу), ценой и объемом. Для каждой поданной заявки торговый автомат просматривает очередь заявок, поданных ранее, пытаясь найти удовлетворяющую ей встречную заявку (цена заявки на покупку должна быть не меньше, чем цена заявки на продажу). При этом приоритет имеют заявки, поданные по наилучшей цене, а среди заявок, имеющих одинаковую цену, - заявки, поданные раньше. Если торговый автомат находит подходящую встречную заявку, то фиксируется сделка. Если же заявка не удовлетворяется или удовлетворяется частично, то ее остаток ставится в очередь. Участник торгов может по собственному желанию снять свою заявку из очереди. Таким образом, в каждый момент торговой сессии существует очередь на покупку и очередь на продажу, причем лучшая (максимальная) цена в заявках на покупку всегда меньше лучшей (минимальной) цены в заявках на продажу.

Дадим формальную постановку задачи купли-продажи актива.

Пусть наблюдается последовательность случайных величин  $y_1, y_2, \dots, y_N$ , где  $y_n = f_n + \varepsilon_n$ ,  $f_n = f(n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  - детерминированная функция (тренд),  $\{\varepsilon_n, n = 1, 2, \dots, N\}$  - последовательность независимых случайных величин с  $E\varepsilon_n = 0$ . Случайную величину  $y_n$  можно интерпретировать как стоимость актива в момент  $n$ . Наблюдения производятся последовательно, и имеется возможность сделать  $k$  ( $k$  - четное) остановок, т.е. попеременно или покупать, или продавать актив. В работах<sup>1</sup> рассмотрен случай, когда требовалось осуществить две остановки - покупку и продажу актива. Наше решение ос-

тановиться в моменты  $m_1, \dots, m_k$ , где  $1 \leq m_1 \leq N_1$ ,  $m_{i-1} < m_i \leq N_i(m_{i-1})$ ,  $i = 2, 3, \dots, k$ ,  $N_1 = N$ ,  $N_i(m_1, \dots, m_{i-1}) =$

$$= \begin{cases} N, & \text{если } m_{m-1} \leq N-1, \\ m_{i-1} + 1, & \text{если } m_{i-1} \geq N, \end{cases}$$

зависит лишь от наблюдений, которые уже сделаны, но не зависит от будущего. После остановок в моменты  $m_1, \dots, m_k$  получаем выигрыш

$$Z_{m_1, \dots, m_k} = \begin{cases} \sum_{i=1}^j (y_{m_{2i}} - y_{m_{2i-1}}), & \text{если } j \geq 1, \\ 0, & \text{если } j = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $j = \max\{i : m_{2i} \leq N, i = 0, 1, \dots, k/2\}$ ,  $m_0 = 0$ .

В частности, формула (1) показывает, что если никаких действий с активом не производится, то  $Z_{m_1, \dots, m_k} = 0$ ,  $m_1 = N, \dots, m_k = N + k - 1$ .

Обозначим  $\sigma$  – алгебру, порожденную наблюдениями  $(y_1, y_2, \dots, y_{m_i})$  через  $F_{m_i}$ . Набор случайных величин  $\tau = (\tau_1, \dots, \tau_k)$  назовем правилом многократной остановки, если он удовлетворяет следующим условиям:

$$a) 1 \leq \tau_1 \leq N_1, \tau_1 < \tau_2 \leq N_2, \dots, \tau_{k-1} < \tau_k \leq N_k;$$

$$b_i) \{\omega : \tau_1 = m_1, \dots, \tau_i = m_i\} \in F_{m_i} \text{ при всех } m_i > \dots > m_1 \geq 1, i = 1, 2, \dots, k.$$

Определим цену игры  $v = \sup_{\tau} EZ_{\tau}$ . Требуется найти  $v$  и правило  $\tau$ , которое максимизирует ожидаемый выигрыш  $EZ_{\tau}$ . Справедливо следующее утверждение.

**Теорема.** Пусть  $y_1, y_2, \dots, y_N$  – последовательность независимых случайных величин, имеющих функции распределения  $F_1, F_2, \dots, F_N$ . Выигрыш  $Z_{m_1, \dots, m_k}$  после  $k$  остановок находим по формуле (1). Пусть  $v^{L,l}$  – цена игры в задаче с  $l, l \leq k$ , остановками и  $L, L \leq N$ , шагами.

Если существуют  $Ey_1, Ey_2, \dots, Ey_N$ , то

$$v = v^{N,k},$$

$$\text{где } v^{n,1} = E\left(\max\{y_{N-n+1}, v^{n-1,1}\}\right), 1 \leq n \leq N-k+1, v^{0,1} = \infty,$$

$$v^{n,2i} = E\left(\max\{v^{n-1,2i-1} - y_{N-n}, v^{n-1,2i}\}\right), 2 \leq n \leq N-k+2i,$$

$$v^{1,2i} = 0, i = 1, 2, \dots, k/2 - 1,$$

$$v^{n,2i+1} = E\left(\max\{v^{n-1,2i} + y_{N-n+1}, v^{n-1,2i+1}\}\right), 1 \leq n \leq N-k+2i+1,$$

$$v^{0,2i+1} = -\infty, i = 1, 2, \dots, k/2 - 1,$$

$$v^{n,k} = E\left(\max\{v^{n-1,k-1} - y_{N-n+1}, v^{n-1,k}\}\right), 2 \leq n \leq N, v^{1,k} = 0.$$

Положим:

$$\tau_1^* = \min\left\{\min\{m_1 : 1 \leq m_1 \leq N-1, y_{m-1} \leq v^{N-m_1, k-1} - v^{N-m_1, k}\}, N\right\}$$

$$\tau_{2i}^* = \min\left\{\min\{m_{2i} : \tau_{2i-1}^* < m_{2i} \leq N, \right.$$

$$y_{m_{2i}} \geq v^{N-m_{2i}, k-2i+1} - v^{N-m_{2i}, k-2i}\},$$

$$\left. \{\tau_{2i-1}^* + 1 : N \leq \tau_{2i-1}^* \leq N_{2i-1}\}\right\}, i = 1, 2, \dots, k/2 - 1,$$

$$\tau_{2i+1}^* = \min\left\{\min\{m_{2i+1} : \tau_{2i}^* < m_{2i+1} \leq N-1, \right.$$

$$y_{m_{2i+1}} \leq v^{N-m_{2i+1}, k-2i-1} - v^{N-m_{2i+1}, k-2i}\},$$

$$\left. \{\tau_{2i}^* + 1 : N-1 \leq \tau_{2i}^* \leq N_{2i}\}\right\}, i = 1, 2, \dots, k/2 - 1,$$

$$\tau_k^* = \min\left\{\min\{m_k : \tau_{k-1}^* < m_k \leq N, y_{m_k} \geq v^{N-m_k, 1}\}, \right.$$

$$\left. \{\tau_{k-1}^* + 1 : N \leq \tau_{k-1}^* \leq N_{k-1}\}\right\}$$

Тогда  $\tau^* = (\tau_1^*, \dots, \tau_k^*)$  является оптимальным правилом многократной остановки.

При предположениях, что распределение случайной компоненты  $\varepsilon$  равномерное  $U(-a, a)$ ,  $a > 0$ , Лапласа (двустороннее показательное)  $L(0, b)$ ,  $b > 0$ , или нормальное  $N(0, \sigma^2)$ , были получены рекуррентные формулы для вычисления цены игры  $v$ .

<sup>1</sup> См.: Николаев М.Л., Софронов Г.Ю. Оптимальная последовательная процедура в задаче купли-продажи с детерминированным трендом // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2005. Т. 12, в. 1. С. 167-168; Sofronov G., Keith J.M., Kroese D.P. An optimal sequential procedure for a buying-selling problem with independent observations // J. Appl. Prob. 2006. Vol. 43. P. 454-462.

Поступила в редакцию 06.11.2011 г.