Оценка влияния функции спроса на равновесное состояние конкурентной среды. Выбор оптимальной стратегии монополии

© 2011 Г.М. Гришанов
доктор технических наук, профессор
© 2011 Д.Г. Гришанов
кандидат экономических наук, доцент
Самарский государственный аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королева
(национальный исследовательский университет)
© 2011 Д.А. Щелоков
ФГУП ГНПРЦ “ЦСКБ-Прогресс”
© 2011 А.В. Павлова
Международный институт рынка, г. Самара
E-mail: grishanov-sgau@mail.ru

В работе рассмотрена проблема моделирования механизма конкурентного взаимодействия, обеспечивающего устойчивость конкурентной среды в ситуации, когда обратная функция спроса имеет нелинейный характер изменения от суммарного объема выпуска продукции.

Ключевые слова: монополия, олигополия, олигопсония, конкуренция, равновесие Нэша, рынок сбыта, конкурентные стратегии.

Проведем оценку влияния функции спроса на равновесное устойчивое состояние конкурентной среды в случае, если обратная функция спроса носит нелинейный характер изменения от суммарного объема выпуска продукции, и сформируем условия на параметры механизма конкурентного взаимодействия, реализация которых обеспечивает сохранение конкурентной среды и рентабельности производства[1].

Пусть обратная функция спроса параметрически задана в виде

$$p(Q) = K/Q^{\alpha}, \tag{1}$$

где $K > 0$ - коэффициент, характеризующий объем денежных средств, необходимый на покупку продукции;

$\alpha > 0$ - коэффициент, характеризующий скорость убывания функции спроса.

Подставляя уравнение (1) в уравнение для прибыли и определяя оптимальный объем выпуска продукции для каждого участника, получим следующую систему уравнений, решение которой позволит определить равновесное значение объема выпуска.

$$x_i^0(Q^0) = \left|\frac{1}{\partial p/\partial x_i}\right| \frac{p(Q) - \partial C_i/\partial x_i}{\partial p(\cdot)/\partial x_i} = \frac{(KQ^{-\alpha} - c_i)Q^{\alpha+1}}{\alpha K} =$$

$$= \frac{Q}{\alpha}\left(1 - \frac{c_i Q^{\alpha}}{K}\right), i = 1, n. \tag{2}$$

Складывая по всем составляющим системы уравнений (2), получим следующее равенство:

$$Q^0 = \frac{nQ^0}{\alpha} - \frac{(Q^0)^{\alpha+1}}{\alpha K}\sum_{j=1}^{n} c_j,$$

из которого находим объем выпуска продукции в точке равновесия

$$(Q^0)^{\alpha} = \frac{(n-\alpha)K}{\sum_{j=1}^{n} c_j}, \text{или } Q^0 = \left(\frac{(n-\alpha)K}{\sum_{j=1}^{n} c_j}\right)^{\frac{1}{\alpha}}. \tag{3}$$

Подставляя значение Q^0 в систему (2), определим равновесное значение выпуска продукции каждым производителем в зависимости от параметров механизма конкурентного взаимодействия:

$$x_i^0(r_i) = \frac{1}{\alpha \sum_{j=1}^{n} c_j}\left(\frac{(n-\alpha)K}{\sum_{j=1}^{n} c_j}\right)^{\frac{1}{\alpha}} c_i(r_i - (n - \alpha + 1)), i = 1, n. \tag{4}$$

Из системы (4) следует, что для существования решения необходимо, чтобы для уровня конкурентоспособности по затратам каждого участника и количества конкурентов на рынке сбыта изделия выполнялись одновременно следующие неравенства:

$$r_i \geq (n-\alpha-1) \wedge (n-\alpha), i = 1, n.$$

Минимальное из значений конкурентоспособности по всем участникам обеспечивает существование решения и сохранения конкурентной среды, если выполняются следующие неравенства:

$$\min_i r_i > (n-\alpha-1, i = 1, n) \wedge (n-\alpha).$$

Для формирования требований к параметрам механизма конкурентного взаимодействия с позиции рентабельности выпуска продукции определим равновесную цену из уравнения:

$$p^0(c) = \frac{K}{(Q^0)^\alpha} = \frac{\sum_{j=1}^n c_j}{(n-\alpha)}.$$

Выпуск продукции является рентабельным для каждого конкурирующего предприятия, если выполняется следующая система неравенств:

$$p^0(c) - (c_i + \delta_i), i = 1, n, \text{или } \frac{\sum_{j=1}^n c_j}{(n-\alpha)} - (c_i + \delta_i) =$$

$$c_i(r_i - d_i(n-\alpha) - (n-\alpha-1)) > 0, i = 1, n, \quad (5)$$

где $d_i = \frac{\delta_i}{c_i}$ - коэффициент, характеризующий превышение удельных постоянных затрат относительно удельных переменных затрат.

Из системы (5) следует, что если минимальное значение разности $(r_i - d_i(n-\alpha))$ по всем конкурирующим предприятиям больше величины $(n-\alpha-1)$, то выпуск продукции является рентабельным для всех участников рынка в точке равновесия при выполнении следующего неравенства:

$$\min_i (r_i - d_i\ (n-\alpha), i = 1, n) > (n-\alpha-1). \quad (6)$$

С учетом полученных неравенств (4) и (6) получим следующее утверждение.

Утверждение 1. Механизм конкурентного взаимодействия обеспечивает существование решения и сохранение конкурентной среды, рентабельность производства продукции, если одновременно выполняются следующие неравенства на его параметры:

$$\min_i(r_i, i = 1, n) > (n-\alpha) \wedge (n > \alpha) \wedge$$

$$\wedge \min_i(r_i - d_i(n-\alpha), i = 1, n)$$

$$> (n-\alpha-1). \quad (7)$$

Рассмотрим ситуацию, когда на рынке присутствует одна фирма-производитель. Потребители на этом рынке предполагаются мелкими, их суммарная функция спроса равна $D(p)$. Фирма-монополист устанавливает цену на изделие p и объем его производства Q, т.е. стратегией монополии является пара (p, Q). Формально задача этой стратегии сводится к выбору такой пары (p^0, Q^0), которая максимизирует прибыль монополии[2]

$$(p^0, Q^0) = \underset{p\geq 0,\ 0\leq Q\leq D(p)}{\mathbf{Arg}\max} \left(\text{Пр} = pQ - c(Q)\right). \quad (8)$$

Решение этой задачи осуществим в два этапа: оптимизацией по объему при фиксированной цене и оптимизацией по цене.

1. Фиксируем цену p и определяем оптимальный объем $Q^0(p)$. Для этого введем в рассмотрение функцию предложения

$$S(p) = \underset{Q\geq 0}{\mathbf{Arg}\max}\left(pQ - c(Q)\right) \quad (9)$$

и найдем равновесную цену $\tilde{p}$, такую, что $S(\tilde{p}) \cap D(\tilde{p}) \neq \mathbf{0}$.

Утверждение 2. Если $\tilde{p}$ - равновесная цена, то оптимальный объем выпуска монополистом равен

$$Q^0(p) = \begin{cases} S(p), & \text{если } p < \tilde{p}, \\ S(p) \cap D(p), & \text{если } p = \tilde{p}, \\ D(p), & \text{если } p > \tilde{p}. \end{cases} \quad (10)$$

2. Определим оптимальную монопольную цену.

Утверждение 3. Монополист назначает оптимальную цену p^0 не ниже равновесной, т.е. $p > \tilde{p}$.

Справедливость утверждения следует из того, что в соответствии с (10) при $p > \tilde{p}$ выполняется равенство $Q^0(p) = D(p)$, а при $p = \tilde{p}$, $Q^0(p) \in S(\tilde{p}) \cap D(\tilde{p})$ и равен $D(\tilde{p})$. Поэтому задача оптимизации прибыли сводится к следующей:

$$\text{П}\mathbf{p}(p) = \left(pD(p) - C\left(D(p)\right)\right) \underset{p\geq\tilde{p}}{\longrightarrow} max. \quad (11)$$

Дифференцируя уравнения по p, получим:

$$\frac{\partial \text{П}\mathbf{p}(p)}{\partial p} = D(p) + \frac{\partial D(p)}{\partial p}\left(p - \frac{\partial C\left(D(p)\right)}{\partial D(p)}\right). \quad (12)$$

При $p = \tilde{p}$ значение производной прибыли равно:

$$\frac{\partial \text{П}\mathbf{p}(\tilde{p})}{\partial p} = D(\tilde{p}) + \frac{\partial D(\tilde{p})}{\partial p}\left(\tilde{p} - \frac{\partial C\left(D(\tilde{p})\right)}{\partial D(p)}\right). \quad (13)$$

Поскольку $D(\tilde{p}) \in S(\tilde{p})$, а $S(\tilde{p})$ является решением задачи оптимизации и $\tilde{p} = \frac{\partial C\left(D(\tilde{p})\right)}{\partial D(p)}$, постольку второе слагаемое уравнения (13) равно нулю. В этой связи из уравнения (13) следует, что $\frac{\partial \Pi \mathbf{p}(\tilde{p})}{\partial p} = D(\tilde{p})$. Данное равенство означает, что функция прибыли возрастает в точке $\tilde{p}$, и следовательно, монополист назначает цену выше цены конкурентного равновесия.

Насколько монополист завысит цену по сравнению с ценой конкурентного равновесия, зависит от конкретного вида функции спроса - ее скорости убывания после равновесной цены. Если функция спроса характеризуется резким убыванием, то монопольная цена мало отличается от равновесной; если функция медленно убывает, то разница между ценами будет значительной.

Определение. Назовем функцию спроса $D(p)$ медленно убывающей на отрезке $[p_1, p_2]$, если при любой цене $p \in [p_1, p_2]$ выполняется неравенство

$$p_2 D(p_2) \geq p_1 D(p_1). \qquad (14)$$

Пусть функция спроса линейна и имеет вид $D(p) = a - bp$, тогда функция спроса медленно убывающая функция, если в соответствии с (14) выполняется неравенство

$$p_2(a - bp_2) \geq p_1(a - bp_1).$$

Из данного неравенства находим, что если скорость убывания функции спроса удовлетворяет неравенству

$$b \leq \frac{a}{(p_2 + p_1)}, \qquad (15)$$

то функция спроса относится к медленно убывающей на отрезке $[p_1, p_2]$.

Предположим, что функция спроса описывается нелинейной функцией от цены $D(p) = \frac{K}{p^\alpha}, \alpha > 0$. Коэффициент α характеризует скорость убывания функции спроса. Такая функция является медленно убывающей, если $0 < \alpha < 1$. Действительно, из неравенства $p_2 \frac{K}{p_2^\alpha} \geq p_1 \frac{K}{p_1^\alpha}$, или $K(p_2^{1-\alpha} - p_1^{1-\alpha}) \geq 0$, следует, что если $0 < \alpha < 1$, то функция спроса медленно убывающая.

Утверждение 4. Пусть для некоторого значения цены $\bar{p} > \tilde{p}$ функция спроса $D(p)$ медленно убывает на отрезке $[\bar{p}, \tilde{p}]$. Тогда для монопольной цены p^0 выполняется неравенство $p^0 > \bar{p}$.

Из сформулированного утверждения следует, что если функция спроса медленно убывает (а это означает, что эластичность данной функции мала (Э < 1)), то монополии выгодно увеличивать цену.

[1] Механизм выбора конкурентных стратегий. Условия равновесности и устойчивости рынка сбыта продукции / Д.Г. Гришанов [и др.]: монография. Самара, 2009.

[2] *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. 2-е изд. М., 2007.

Поступила в редакцию 06.10.2011 г.