Модель процесса инновационного развития

© 2011 С.Г. Караткевич
кандидат экономических наук
ООО «Технопарк “Дубна”»
© 2011 В.Н. Добрынин
кандидат технических наук, профессор
Международный университет природы, общества и человека “Дубна”
© 2011 С.А. Багрецов
доктор экономических наук
старший научный сотрудник
Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского
E-mail: MarinaLobacheva@yandex.ru

В статье рассматривается практическое приложение принципов экзогенного научно-технического прогресса к анализу развития финансово-промышленного объединения.

Ключевые слова: развитие, инновации, производство, финансовые потоки, модель инновационного развития.

Кредитно-финансовая структура создается и далее развивается в интересах групп промышленных предприятий. Потребителями и заказчиками финансовых потоков в этом случае являются отдельная служба предприятий, а также физические лица. Являясь основными потребителями финансовых потоков, предприятия, развиваясь, вынуждены вкладывать часть средств в совершенствование кредитно-финансовой системы[1]. В этом случае в условиях экзогенного научно-технического прогресса потребители финансовых пакетов могут рассматриваться как трудовые ресурсы системы. В каждый момент времени выпуск y делится на две части: C - потребление выпуска системы; I - капиталовложения (инвестиции) в развитие системы

$$y = C(t) + I(t)\,. \tag{1}$$

Или, введя коэфициент отчисления на развитие системы $S(t)$:

$$0 \le S(t) \le 1\,, \tag{2}$$

(1) можно записать в видоизмененной форме

$$y(t) = (1 - S)y(t) + Sy(t)\,. \tag{3}$$

Предполагается, что число потребителей финансовых потоков изменяется в соответствии с динамикой социально-экономического развития региона

$$L(t) = L_0 e^{\eta t}\,. \tag{4}$$

Собрав все уравнения воедино, получим следующую модель развития системы:

$$\begin{cases} y(t) = F[K(t), L(t)], \\ C(t) = (1 - S)y(t), \\ \dot{K}(t) = S(t)y(t), \\ L(t) = L_0 e^{\eta t}, \\ K(0) = K_0. \end{cases} \tag{5}$$

Задача состоит в исследовании различных траекторий системы.

Перейдем к относительным переменным $k=K/L$, $C=C/L$:

$$\dot{k} = \frac{d}{dt}\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} = \frac{1}{L}S[F(K, L)] -$$

$$-\frac{K}{L}\bullet\frac{\dot{L}}{L} = Sf(k) - k\frac{\eta e^{\eta t} L_0}{L_0 e^{\eta t}} = Sf(k) - \eta k\,, \tag{6}$$

$$C = \frac{C}{L} = (1 - S)f(k). \tag{7}$$

Подставив полученные выражения в (5), получим модель в более простой форме:

$$\begin{cases} \dot{k} = Sf(k) - \eta k \\ C = (1 - S)f(k) \\ k(0) = k_0. \end{cases} \tag{8}$$

Найдем стационарные (равновесные) точки уравнения (8): $\dot{k} = 0, Sf(\bar{k}) = \bar{\eta}\,\bar{k} = 0$. (9)

Имеем два искомых решения $k = 0, k = k^*$. Очевидно, точка k^* существует не всегда. Возможны два случая:

а) для всех $k>0$ $\quad Sf(k) < \eta k$; (10)

б) для всех $k<0$ $\quad Sf(k) > \eta k$; (11)

Во всех случаях точка k^* отсутствует. Исследуем, когда эти случаи возможны. Для того чтобы при всех k^* выполнялось (11), необходимо, чтобы оно выполнялось и при достаточно малых k.

$$Sf(k) \approx S[f(0) + kf'(0)], но f(0) = 0,$$

$$Sf(k) \approx Skf'(0) < \eta k \Rightarrow Sf'(0) < \eta. \qquad (12)$$

Рассмотрим теперь существование (12): $Sf(k) > \eta k \Rightarrow Sf(k) - \eta k > 0$, т.е. надо определить условия положительности $\varphi(k) = Sf(k) - \eta k$; $\varphi(k)$- непрерывная функция. Как следует из предыдущего анализа, при малых k $\varphi(k)>0$, при больших k $\varphi(k)<0$ (см. рисунок).

Данная зависимость определяется из уравнения (12):

$$C = (1 - S)f(k^*) = f(k^*) - Sf(k^*) = f(k^*) - \eta k^*,$$

$$C(S) = f(k^*) - \eta(k^*),\ C(S) \to \max, \qquad (13)$$

$$\frac{d}{dS}\left[f(k^*) - \eta(k^*)\right] = 0, [f'(k^*) - \eta]\frac{dk}{dS} = 0,$$

$$\frac{dk^*}{dS} > 0, \qquad (14)$$

следовательно, имеем

$$f'(k^*) = \eta, \qquad (15)$$

откуда наилучшее $\hat{S}$ определяется в виде

$$\hat{S} = \frac{\eta k^*}{f'(k^*)}. \qquad (16)$$

Вывод: при постоянной норме накопления траектории системы развития кредитно-финансовой в регионе стремятся к стационарной, темп роста на которой равен темпу роста хозяйственной деятельности[2]. Этот рост неутешителен. Выход состоит в выборе переменной величины $S(t)$.

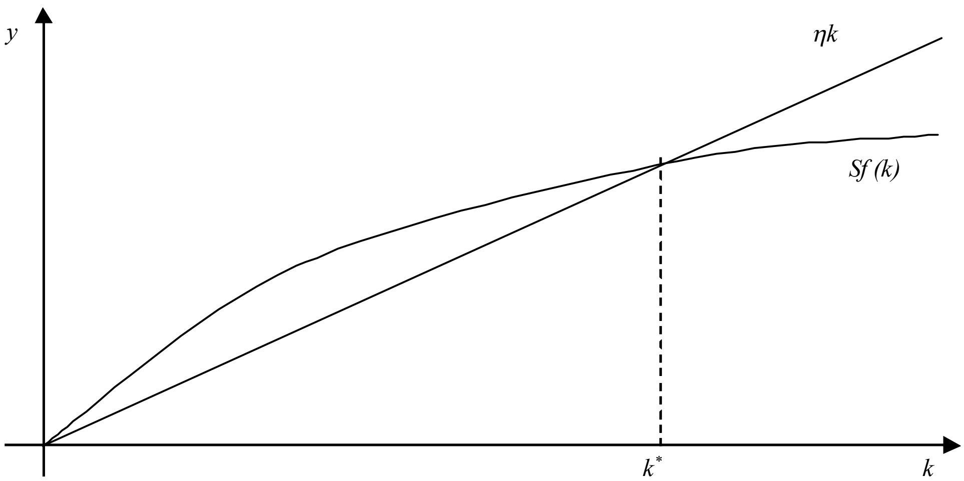

Рис. **Стационарная траектория развития системы**

Конечный режим сбалансированного роста сам зависит от нормы капиталовложений S, так как от S зависит k^*. Поскольку все траектории роста модели сходятся к сбалансированному росту, который зависит от величины постоянной доли капиталовложений S, постольку возникает вопрос: какой из этих режимов предпочтительнее? Для этого вводится критерий сравнения режимов.

В качестве критерия возьмем уровень потребления финансового потока на одного хозяйственного субъекта $C=(1-S)f(k^*)$ при сбалансированном росте, где k^* зависит от S.

Предположим, что

$$K_{t+1} = K_t + I_t - \mu K_t, \qquad (17)$$

где μ - норма амортизации.

В этом случае μK_t - это та часть капитала, которая идет на замещение изношенных основных фондов кредитно-финансовой сферы. Осуществляя в (17) предельный переход, получим

$$I(t) = \dot{K}(t) + \mu(t). \qquad (18)$$

Вводя, как и ранее, обозначения: $\frac{Y}{L} = y$,

$k = \dfrac{K}{L}$, $i(t) = \dfrac{I(t)}{L(t)}$, $c(t) = \dfrac{C(t)}{L(t)}$, получим уравнения "материального" баланса в виде

$$\begin{cases} i(t) = \dot{k} + \left(\mu + \dfrac{\dot{L}}{L} \right) k \\ y(t) = c(t) + i(t) \end{cases}. \quad (19)$$

Если, как и ранее, принять экспоненциальный рост числа потребителей финансовых потоков с темпом постоянства η, то получим

$$i(t) = k + (\mu + \eta)k = \dot{k} + \lambda k, \quad (20)$$

где $\lambda = \mu + \eta$ - сумма нормы амортизации и темпа развития интенсивности хозяйственной деятельности в регионе.

Сопоставляя (17) и (16), можно записать одно дифференциальное уравнение экономического роста данной организационной системы:

$$f[k(t)] = c(t) + \lambda k(t) + \dot{k}(t). \quad (21)$$

Определим, как и ранее, оптимальные точки развития кредитно-финансовой системы для условий сбалансированного роста:

$$\frac{d}{dk}\left[f(k) - \lambda k \right] = 0,$$

откуда получаем уравнение для определение $\hat{k}$

$$f'(k) = \mu + \eta. \quad (22)$$

Технологический смысл "золотого правила накопления" состоит в том, что оно показывает максимальный уровень накопления финансовых ресурсов в регионе, при котором экономическая система сколь угодно долго может находиться в равновесии. Само максимальное потребление определяется из уравнения

$$\hat{c} = f\left(\hat{k} \right) - \lambda k. \quad (23)$$

Сформулируем теперь для данной модели задачу оптимизации.

Перепишем исходную модель

$$\dot{k} = f(k) - \lambda k - c,$$

$$k(t_0) = k_0. \quad (24)$$

С точки зрения хозяйствующего субъекта, в интересах которого функционирует кредитно-финансовая система, очевидно, управляемым параметром будет удельное потребление $c(t)$. Поэтому задача оптимизации состоит в выборе оптимальной траектории потребления в заданном интервале времени:

$$c(t) = \{ c(t) / t_0 \le t \le t_1 \}. \quad (25)$$

Допустимой траекторией назовем любую кусочно-непрерывную траекторию $\{c(t)\}$, которая удовлетворяет уравнению движения (24) и граничному условию

$$0 \le c(t) \le f(k(t)), \; t_0 \le t \le t_1. \quad (26)$$

Теперь надо уточнить понятие "оптимальности". Очевидно, критериев оптимальности может быть множество. Назовем функцией максимальной фондоотдачи системы интеграл вида

$$W(t) = \int_{t_0}^{t_1} e^{-s(t-t_0)} u(c(t)) dt, \quad (27)$$

где $u(c)$ - функция полезности вложений финансовых средств в экономику предприятий;

s - норма дисконтирования.

В случае конечного горизонта планирования кредитно-финансовых организаций должны выполняться условия на конце:

$$k(t_1) = k_1. \quad (28)$$

В случае бесконечного горизонта планирования интеграл состояния кредитно-финансовой сферы региона может оказаться расходящимся, поэтому приходится задавать начальные условия

$$k(t_0) \le \tilde{k}, \quad (29)$$

т.е. начальная капиталовооруженность должна быть меньше предельно достижимой. Из (29) следует условие:

$$c(t) \le f(\tilde{k}), \quad (30)$$

откуда легко получить следующее ограничение сверху для функции научно-технического развития кредитно-финансовых организаций региона:

$$\int_{t_0}^{\infty} e^{-s(t-t_0)} u(c(t)) dt \le \int_{t_0}^{\infty} e^{-s(t-t_0)} u(f(\tilde{k})) dt = \frac{u(f(\tilde{k}))}{\delta}. \quad (31)$$

Теперь после обоснованного введения критерия (функция благосостояния) сформулируем общую задачу оптимального управления процесса развития кредитно-финансовой сферы.

Задача 1. Выбрать оптимальную траекторию потребления финансовых ресурсов, такую, что

$$\max_{\{c(t)\}} W = \left\{ \int_{t_0}^{\infty} e^{-s(t-t_0)} u(c(t)) dt \right\}.$$

$$\dot{k} = f(k) - \lambda k - c,$$
$$k(t_0) = k_0, \quad (32)$$
$$0 \le c \le f(k).$$

Здесь фазовой координатой являются удельные основные фонды $k(t)$, а управлением - $c(t)$. Решение задачи, очевидно, будет зависеть от функций: полезности $u(...)$ и производственной $f(...)$, а также от параметров: s, l, k_0.

Обозначив $\psi = ge^{-s(t-t_0)}$, перепишем функцию Гамильтона в виде

$$H = e^{-s(t-t_0)}\left[u(c) + g(fk) - \lambda k - c\right]. \quad (33)$$

В соответствии с принципом максимума необходимо максимизировать гамильтониан. Проверим условие экстремума:

$$\frac{dH}{dc} = 0 \Rightarrow u'(c) = g. \quad (34)$$

Следовательно, g - это предельная полезность потребления ресурсов финансовой сферы. Для сопряженной переменной имеем

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{dH}{dk},$$

$$\frac{d}{dt}(q(t))e^{-s(t-t_0)} = (q' - sq)e^{-s(t-t_0)} - \frac{dH}{dk} =$$
$$= -e^{-s(t-t_0)}[qf'(k) - \lambda].$$

Приравнивая, найдем

$$\dot{q} = -(f'(k) + (\lambda + s))q. \quad (35)$$

Получим

$$f'(k) + \frac{\dot{q}}{q} + \mu - \lambda - s = 0. \quad (36)$$

В уравнении (36) присутствует неизвестное - $\left(\frac{\dot{q}}{q}\right)$. Так как на оптимальной траектории выполняется (33), то $\dot{q}/q$ выразим через функцию полезности и ее производные, откуда (36) после подстановки приобретает вид

$$\dot{c} = \frac{1}{\sigma(c)}\left[f(k) + (\lambda + s)\right]c. \quad (37)$$

Таким образом, согласно принципу максимума оптимальные траектории $c^*(t)$, $k^*(t)$ должны удовлетворять следующей системе:

$$\begin{cases} \dot{c} = \dfrac{1}{\sigma(c)}\left[f(k) + (\lambda + s)\right]c, \\ \dot{k} = f(k) - \lambda k - c. \end{cases} \quad (38)$$

Теперь задача состоит в решении системы (38). Простейшие стационарные решения $\dot{c} = 0, \dot{k} = 0$ дадут траекторию сбалансированного роста финансовых потоков при условии пренебрежения начальным ограничением на k_0. Тогда легко получить точки сбалансированного роста в виде

$$\begin{cases} f'(k^*) = \lambda + s, \\ c^* = f(k^*) - \lambda k. \end{cases} \quad (39)$$

Часто λ фиксированного, поэтому k^* определяется нормой дисконтирования s.

Задача 2. Предположим, что предельная полезность потребления финансовых средств постоянна, т.е. u“=0. Отсюда следует, что

$$W = \int_{t_0}^{\infty} e^{-s(t-t_0)} u(c^{(t)})dt. \quad (40)$$

Задав минимальный уровень потребления финансовых потоков, направляемых на повышение уровня автоматизации процессов обработки информации в финансовой сфере и на переподготовку персонала к работе с новыми средствами, будем иметь $\bar{c} \le c(t) \le f(k)$.

Функция Гамильтона в этом случае примет вид

$$H = e^{-s(t-t_0)}\{c(1-q) + q[f(k) - \lambda k]\}. \quad (41)$$

Канонические уравнения имеют вид

$$\dot{k} = f(k) - \lambda k - c, \quad (42)$$

$$\dot{q} = -(f'(k) + (\lambda + s))q. \quad (43)$$

Оптимальные точки сбалансированного роста определяются из соотношений:

$$\begin{cases} f'(k^*) = \lambda + s, \\ q^* = 1, \\ c^* = f(k^*) - \lambda k^*. \end{cases} \quad (44)$$

Оптимальные релейные управления имеют вид

$$c^* = \begin{Bmatrix} \bar{c} \\ c(t) \\ f(k) \end{Bmatrix}, \text{ если } q \begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 1. \quad (45)$$

Наряду с однопродуктовой моделью, можно построить и многопродуктовые[3]. Рассмотрим для примера двухпродуктовую модель управления. Пусть имеются два основных вида основных фондов и однородный труд хозяйствующих субъектов, потребляющих финансовую информацию. Тогда максимально возможное потребление по аналогии можно записать в виде “производственной” функции

$$c = \Phi(L, K_1, K_2, \underbrace{\dot{K}_1 + \mu K_1}_{I_1}, \underbrace{\dot{K}_2 + \mu K_2}_{I_2}), \quad (46)$$

где μ - общая норма амортизации капитала;

$\dot{K}_1 + \mu K_1$ - часть выпуска финансовых потоков, которая идет на увеличение основных фондов типа 1;

$\dot{K}_2 + \mu K_2$ - часть выпуска, которая идет на увеличение основных фондов типа 2.

Считая, что “c” - однородная функция, и взяв ее удельное значение, получим

$$c = \varphi(k_1, k_2, \dot{k}_1 + \lambda k_1, \dot{k}_2 + \lambda k_2), \quad (47)$$

где $k_i = K_i / L$, $\lambda = \mu + \eta$.

Рассмотрим теперь условия равновесия (т.е. $\dot{k}_1 = 0, \dot{k}_2 = 0$), пренебрегая пока начальными условиями для значений капитала. Тогда (46) упростится: $c = \varphi(k_1, k_2, \lambda k_1, \lambda k_2)$. Так как все аргументы постоянны, то c=0, следовательно, все экстенсивные переменные k_1, k_2, c имеют одинаковые темпы роста равные темпу роста производственной деятельности хозяйствующих субъектов η. Тогда для достижения max c при $k_1 = k_1(0)$, $k_2 = k_2(0)$ необходимо, чтобы

$$\frac{dc}{dk_1} = 0, \quad \frac{dc}{dk_2} = 0,$$

$$\frac{dc}{dk_1} = \frac{d\varphi}{dk_1} + \frac{d\varphi}{dz_1} \bullet \frac{dz_1}{dk_1} = \varphi_1 + \lambda\varphi_3 = 0,$$

$$\frac{dc}{dk_2} = \frac{d\varphi}{dk_2} + \frac{d\varphi}{dz_2} \bullet \frac{dz_2}{dk_2} = \varphi_2 + \lambda\varphi_4 = 0, \quad (48)$$

откуда $\lambda = -\frac{\varphi_1}{\varphi_3} = -\frac{\varphi_2}{\varphi_4}$. Равновесие, соответствующее сбалансированному росту финансовых потоков, при котором k_1^*, k_2^*, c^* остаются постоянными и удовлетворяют условиям оптимальности, определяется условиями:

$$\dot{k}_1 = 0, \ \dot{k}_2 = 0, \ \dot{c} = 0, \quad (49)$$

$$c^* = \varphi(k_1^*, k_2^*, \lambda k_1^*, \lambda k_2^*) \ \lambda + s = -\frac{\varphi_1}{\varphi_3} = -\frac{\varphi_2}{\varphi_4}.$$

К данному состоянию сбалансированности роста кредитно-финансовой сферы обеспечения производства асимптотически приближается оптимальная траектория для бесконечного промежутка времени. Если промежуток времени конечен, то оптимальная траектория обладает магистральным свойством по отношению к состоянию сбалансированного роста кредитно-финансовой сферы; если t_1 достаточно велико, то оптимальные траектории $\{k_1^*(t)\}$, $\{k_2^*(t)\}$ сначала изменяются от начальных значений k_{10}, k_{20} в направлении к точке равновесия k_1^*, k_2^*, соответствующей сбалансированному росту, некоторое время остаются вблизи нее и со временем уходят от нее только для того, чтобы выполнялись условия на конечные размеры капиталов при сбалансированном росте.

---

[1] *Батукаев А.А.* Устойчивость нелинейных развивающихся финансово-экономических комплексов // Логистика и проблемы эффективности коммерческой деятельности: межвуз. сб. науч. тр. Самара, 2000.

[2] *Друкер П.* Новые реальности в правительстве и политике, в экономике и бизнесе, в обществе и мировоззрении. М., 1994.

[3] *Друкер П.* Посткапиталистическое общество // Новая постиндустриальная волна на Западе: антология / под ред. В.Л. Иноземцева. М., 1999.

Поступила в редакцию 04.04.2011 г.