Моделирование систем коллективного материального стимулирования

© 2010 Д.Ю. Иванов
кандидат экономических наук, доцент
Самарский государственный аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королева
E-mail: ssau_ivanov@mail.ru

Рассмотрены экономико-математические модели систем коллективного материального стимулирования работников. Разработана система материального стимулирования, учитывающая неоднородность трудового коллектива. Исследована эффективность распределения премиального фонда на основе предложенной системы материального стимулирования.

Ключевые слова: материальное стимулирование коллектива, экономико-математическая модель, премиальный фонд, эффективность распределения.

Различные подходы к построению механизмов стимулирования в подразделениях можно показать на примере исследования способов распределения премии внутри трудового коллектива подразделения предприятия.

Предположим, что все члены трудового коллектива подразделения выполняют производственное задание, делая при этом некоторые виды работ. По результатам своей деятельности коллектив получает некоторый премиальный фонд. Этот фонд может образовываться за счет экономии материальных и энергоресурсов, за счет сокращения брака выпускаемой продукции, за счет сокращения сроков выполнения работ и т.д.[1]

Процедура распределения фонда премирования между членами трудового коллектива должна решать главную задачу - повышать эффективность работы коллектива. В частности, эта процедура должна стимулировать увеличение объема выпуска продукции, повышение качества продукции, снижение издержек производства, сокращение сроков выполнения работ и т.д.[2]

Основная идея, которая учитывается при рассмотрении систем стимулирования трудового коллектива, состоит в том, что каждый член коллектива стремится заработать как можно больше денег. Причем, если условия оплаты его полностью удовлетворяют, он работает более интенсивно (выполняет больший объем работ или делает работу более высокого качества и т.п.). Поэтому в основу процедур стимулирования коллектива положено распределение фонда премирования на основе коэффициентов трудового участия (КТУ).

Задачей руководителей трудового коллектива является выбор такой системы стимулирования, которая побуждает подчиненных работать с наибольшей интенсивностью (например, выполнять работу более высокого уровня качества).

Процедура же определения КТУ может быть различной, а именно:

- формирование КТУ пропорционально тарифным разрядам (квалификации) членов трудового коллектива;
- формирование КТУ пропорционально трудовому вкладу каждого работника.

При формировании КТУ пропорционально тарифным разрядам имеется в виду следующее. Считается, что тарифный разряд характеризует деятельность каждого работника: чем больше тарифный разряд, тем выше квалификация работника. Поэтому тарифный разряд, отражая эффективность работы каждого члена трудового коллектива, может быть использован для оценки его деятельности.

При формировании КТУ пропорционально трудовому вкладу учитывается вклад каждого работника в зависимости от индивидуальной производительности труда и качества работы в общую работу всего трудового коллектива.

Итак, в трудовом коллективе руководство имеет свои цели и формирует условия функционирования, чтобы достичь этих целей. Соответственно, члены трудового коллектива тоже имеют свои цели и, выбирая соответствующую стратегию, стремятся их достигнуть.

Модель трудового коллектива представляется в виде двухуровневой системы, состоящей из центра (руководителя коллектива) и элементов нижнего уровня. Предполагается, что по результатам своей деятельности коллектив получает премиальный фонд, который распределяется между элементами в зависимости от выбранной процедуры стимулирования. Фонд остается неизменным на протяжении нескольких периодов функционирования. Фонд премирования в коллективе распределяется полностью.

Будем считать, что r_i, $i=1,...,n$ - показатель, который характеризует квалификацию i-го элемента (соответственно, отражает установленный тарифный разряд i-го элемента). Чем больше значение r_i, тем выше квалификация i-го элемента. Обозначим через x_i показатель эффективности выполняемой работы i-го элемента (это может быть объем выпускаемой продукции, показатель качества выпускаемой продукции, снижение издержек производства, сокращение сроков выполнения работ и т.д.).

Полученный фонд Φ распределяется между элементами на основе коэффициента трудового участия (КТУ). Пусть δ_i - КТУ i-го элемента, причем $\delta_i>0$. Так как фонд Φ распределяется полностью, то очевидно выполняется условие $\sum_{j=1}^{n}\delta_j = 1$. Таким образом, премия i-го элемента определяется выражением $П_i=\delta_i\Phi$.

Предположим, что каждый элемент оценивает результат своей деятельности не по размеру полученной премии, а путем сравнения этой премии с возможным упущенным заработком. Здесь возможный упущенный заработок - это та сумма денег, которую мог бы получить элемент, если бы он направил свои усилия не на повышение эффективности работы, а на получение заработка (например, на другом месте работы).

Физические, умственные, эмоциональные, временные и прочие затраты z_i, которые расходует i-й элемент, зависят от показателя эффективности x_i и показателя квалификации r_i, $z_i=z_i(x_i,r_i)$. Рассмотрим линейную зависимость затрат i-го элемента от его показателя эффективности, т.е. $z_i = \frac{x_i}{r_i}$. Здесь также предполагается, что, чем выше квалификация элемента, тем меньше затрат от него требуется на повышение показателя эффективности.

Возможный упущенный заработок y_i может быть определен следующим образом. Если бы затраты z_i были направлены не на достижение показателя x_i, а на выполнение некой работы A_i, то можно было бы считать, что объем этой работы пропорционален затратам, т.е.

$$A_i = \frac{p_i x_i}{r_i},$$

где p_i - коэффициент пропорциональности.

Если через c_i обозначить стоимость единицы работы A_i, то возможный упущенный заработок можно представить в виде

$$y_i = \frac{c_i p_i x_i}{r_i}.$$

Обозначив величину $\frac{c_i p_i}{r_i}$ через k_i, получаем $y_i = k_i x_i$. В случае $k_1=k_2=...=k_n=k$ будем считать, что коллектив однородный. Случай $k_i \neq k_j$, $i \neq j$ соответствует неоднородному коллективу.

При исследовании модели стимулирования коллектива подразделения предполагается, что каждый элемент стремится увеличить значение своей целевой функции. Значение суммарного показателя эффективности $\sum_{j}^{n} x_j^*$ в ситуации равновесия по Нэшу характеризует эффективность всей процедуры распределения фонда Φ.

Для неоднородного коллектива целевая функция i-го элемента записывается в виде

$$\varphi_i = \delta_i\Phi - k_i x_i.$$

Естественный и простейший способ определения КТУ и, соответственно, вклада i-го элемента в результаты деятельности всего коллектива - пропорционально показателю эффективности x_i. В данном случае

$$\delta_i = \frac{x_i}{\sum_{j=1}^{n} x_j}.$$

При этом целевая функция i-го элемента имеет вид

$$\varphi_i = \frac{x_i}{\sum_{j=1}^{n} x_j}\Phi - k_i x_i. \qquad (1)$$

В каждом периоде функционирования элементы стремятся достичь таких показателей эффективности работы, чтобы увеличить значение своей целевой функции. Нетрудно показать, что для функции вида (1) существует ситуация равновесия по Нэшу.

Решая систему уравнений

$$\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j - x_i}{\left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}\Phi - k_i = 0,\ i = 1,...n,$$

получаем

$$\sum_{j=1}^{n} x_j^* = \frac{\Phi(n-1)}{\sum_{j=1}^{n} k_j}. \qquad (2)$$

Отсюда показатель эффективности i-го элемента определяется выражением

$$x_i^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} k_j - k_i(n-1)}{(\sum_{j=1}^{n} k_j)^2} \Phi(n-1) \text{ , } i = 1,...,n.$$

Предположим, что коллектив состоит из p лидеров и (n-p) рядовых элементов.

Пусть $k^л$ - коэффициент затрат лидера, k^p - коэффициент затрат рядового элемента, соответственно; причем $k^л < k^p$.

Полагаем, что $k_1=k_2=\ldots=k_p=k^л$ и $k_{p+1}=k_{p+2}=\ldots=k_n=k^p$. Тогда

$$\sum_{j=1}^{n} k_j = \sum_{i=1}^{p} k_i + \sum_{j=p+1}^{n} k_j = pk^{л} + (n-p)k^{p}.$$

Найдем показатель эффективности рядового элемента x^p в равновесной ситуации:

$$x^p = \frac{\Phi(n-1)}{pk^p + (n-p)k^л}\left[1 - k^л \frac{n-1}{pk^p + (n-p)k^л}\right]. \qquad (3)$$

Соответственно, показатель эффективности лидера $x^л$ определяется выражением

$$x^л = \frac{\Phi(n-1)}{pk^p + (n-p)k^л}\left[1 - k^p \frac{n-1}{pk^p + (n-p)k^л}\right]. \qquad (4)$$

Используя выражение (2), найдем суммарный показатель эффективности коллектива

$$px^л + (n-p)x^p = \frac{\Phi(n-1)}{pk^л + (n-p)k^p}. \qquad (5)$$

Если в (2) положить $k_i = k^p$, то, сравнив (3) и (2), нетрудно показать, что $x^p < x_i^*$, т.е. появление в коллективе лидеров (более квалифицированных) вынуждает рядовых (менее квалифицированных) элементов снижать показатель эффективности работ.

Понятно, что снижение показателя эффективности рядовыми элементами влечет за собой и уменьшение значения их целевой функции. Но, кроме того, если бы показатель эффективности рядовых элементов остался таким же, каким он был до разбиения коллектива на p лидеров и (n-p) рядовых (т.е. не снизился), то значение целевой функции рядовых элементов уменьшилось бы еще больше.

А из (3) получаем, что если количество лидеров в коллективе таково, что

$$p \geq \frac{k^p}{k^p - k^л} \text{ или } p \geq 1 + \frac{k^л}{k^p - k^л},$$

то рядовым элементам вообще невыгодно увеличивать показатель эффективности работы. При этом (4) принимает вид

$$x^л = \frac{\Phi(p-1)}{p^2 k}.$$

Однако при p=1, т.е. если в коллективе есть только один лидер, рядовым элементам всегда выгодно увеличивать показатели эффективности работы.

В то же время легко показать, что появление в коллективе лидеров приводит к повышению суммарного показателя эффективности работ всего коллектива, несмотря на снижение показателей эффективности работ рядовыми элементами, т.е. справедливо неравенство

$$\frac{\Phi(n-1)}{pk^л + (n-p)k^p} > \frac{\Phi(n-1)}{k^p n}. \qquad (6)$$

Действительно, из (6) следует, что

$$k^p n > pk^л + (n-p)k^p$$

или

$$p(k^p - k^л) > 0.$$

Так как $k^p > k^л$, то отсюда и следует справедливость неравенства (6).

Определим минимальный размер премиального фонда Φ_{min}, который будет стимулировать все элементы максимально повышать показатели эффективности работ.

Если коллектив однороден, то все элементы имеют одинаковый коэффициент затрат k.

Определим Φ_{min}, при котором $x^p = x^{max}$.

$$x^{\max} = \frac{\Phi_{\min}(n-1)}{kn^2},$$

откуда

$$\Phi_{\min} = \frac{kn^2 x^{\max}}{n-1}.$$

Предположим, что предел физических возможностей как рядового элемента, так и лидера одинаков, т.е. максимальный показатель эффективности работ равен x^{max}.

Из сравнения (3) и (4) следует, что $x^л > x^p$. Поэтому для того, чтобы лидеры вышли на предел своих физических возможностей, требуется меньший фонд стимулирования.

Пусть Φ таково, что $x^л = x^{max}$, а $x^p < x^{max}$. В этом случае из (1) целевая функция рядового элемента может быть представлена в виде

$$\varphi_i = \frac{x_i}{\sum_{j=1}^{n-p} x_j + px^{\max}} \Phi - k^p x_i .$$

Тогда в равновесной ситуации по Нэшу показатель эффективности рядового элемента равен

$$x^p = \frac{(n-p-1)\Phi + \sqrt{(n-p-1)^2 \Phi^2 + 4px^{\max}\Phi(n-p)k^p}}{2(n-p)^2 k^p} - \frac{p}{n-p} x^{\max} .$$

Теперь можно определить значение Φ_{min}, при котором рядовой элемент неоднородного коллектива выходит на максимум своих физических возможностей. В этом случае

$$x^{\max} = \frac{(n-p-1)\Phi_{\min} + \sqrt{(n-p-1)^2 \Phi_{\min}^2 + 4px^{\max}\Phi_{\min}(n-p)k^p}}{2(n-p)^2 k^p} - \frac{p}{n-p} x^{\max} .$$

Из этого выражения нетрудно получить

$$\Phi_{\min} = \frac{k^p n^2 x^{\max}}{n-1} . \qquad (7)$$

Дальнейшее увеличение размера фонда не дает никакого эффекта, поскольку выше своих возможностей элементы работать не могут.

Покажем, возможно, ли дальнейшее увеличение показателей эффективности работ в коллективе в рамках того же премиального фонда Φ.

Разобьем неоднородный коллектив на два подколлектива. Пусть первый состоит из p лидеров, а второй состоит из (n-p) рядовых элементов. То есть при этом мы получили два однородных коллектива. Соответственно, разобьем премиальный фонд Φ всего коллектива, именно: $\Phi = \Phi^л + \Phi^p$. Тогда в положении равновесия по Нэшу суммарный показатель эффективности первого подколлектива равен:

$$px_1^л = \frac{\Phi^л (p-1)}{k^л p} .$$

Суммарный показатель эффективности второго подколлектива равен:

$$(n-p)x_2^p = \frac{\Phi^p (n-p-1)}{k^p (n-p)} .$$

Соответственно, общий показатель эффективности всего коллектива из n элементов равен:

$$px_1^л + (n-p)x_2^p = \frac{\Phi^л (p-1)}{k^л p} + \frac{\Phi^p (n-p-1)}{k^p (n-p)} .$$

Выше было показано, что разбиение однородного коллектива на несколько подколлективов не приводит к увеличению суммарного показателя эффективности. Для неоднородного коллектива это не так.

Пусть

$$\frac{\Phi^л (p-1)}{k^л p} + \frac{\Phi^p (n-p-1)}{k^p (n-p)} \geq \frac{(\Phi^p + \Phi^л)(n-1)}{pk^л + (n-p)k^p} .$$

В результате ряда преобразований получаем

$$\frac{\Phi^л}{\Phi^p} > \frac{\frac{k^л}{k^p} p^2 \left[(n-p)(1 - \frac{k^л}{k^p}) + \frac{k^л}{k^p} \right]}{(n-p)^2 \left[p(1 - \frac{k^л}{k^p}) + \frac{k^л}{k^p} \right]} . \qquad (8)$$

Таким образом, разбиение неоднородного коллектива на два подколлектива приводит к увеличению их суммарного показателя эффективности работы, если справедливо (8).

Неравенство (8) приобретает более простой вид, если $p = \frac{n}{2}$, т.е. в коллективе находится половина лидеров и половина рядовых. Тогда неравенство (8) может быть записано в виде

$$\frac{\Phi^л}{\Phi^p} > \frac{k^л}{k^p} .$$

А так как $\frac{k^л}{k^p} < 1$, то разбиение фонда Φ пополам приводит к увеличению суммарного показателя эффективности работ.

[1] См.: *Волгин Н.А.* Современные модели оплаты труда: методика и рекомендации по внедрению. М., 1992; *Динова Н.И.* Бригадные формы оплаты труда // Механизмы управления социально-экономическими системами. М., 1988.

[2] Модели и методы материального стимулирования: Теория и практика / О.Н. Васильева. М., 2007.

Поступила в редакцию 01.07.2010 г.