

## Методический подход к формированию динамической процедуры амортизации долга с учетом субсидий со стороны государства

© 2010 В.В. Альтергот

заместитель министра - начальник управления АПК

Министерство сельского хозяйства и продовольствия Самарской области

© 2010 К.В. Наумов

первый заместитель директора

ФГУП ГНПРЦ “ЦСКБ-Прогресс”

© 2010 Г.Н. Колесникова

Самарский государственный аэрокосмический университет

им. акад. С.П. Королева

E-mail: grishanov-sgau@mail.ru

Разработан в общем виде методический подход к формированию динамической процедуры амортизации долга с учетом субсидий со стороны государства с постоянными по величине выплатами равными суммами в счет долга платежными потоками.

*Ключевые слова:* кредитная операция, льготная ставка, финансовый поток, погашение задолженностей, начисление процентов.

Надежность системы долгосрочного кредитования, рост объема российского рынка долгосрочного кредитования сельскохозяйственных предприятий зависят от ряда факторов, среди которых важнейшими являются: наличие эффективно работающей законодательной базы; платежеспособный спрос на долгосрочные кредиты со стороны сельхозпроизводителей; доступность долгосрочных кредитов; высокий уровень развития и гибкости банковской системы страны.

Однако развитию системы долгосрочного кредитования в России препятствуют следующие неблагоприятные обстоятельства: высокие кредитные риски; недостаточный уровень рентабельности сельскохозяйственных предприятий; отсутствие необходимых собственных финансовых ресурсов, а также отсутствие долгосрочных кредитных ресурсов; отсутствие гибкости в применяемых процедурах погашения кредитов, что не позволяет адаптироваться к изменению финансовых возможностей заемщиков, к изменению конъюнктуры кредитного рынка. Таким образом, для реализации различных инвестиционных программ, направленных на повышение эффективности аграрной экономики, необходимо решить проблему формирования долгосрочных и относительно дешевых кредитных ресурсов, а для повышения уровня доступности кредитов решить комплекс задач, связанных с проблемой адаптации кредитного процесса к изменяющимся финансовым возможностям заемщика и внешним условиям дол-

госрочного рынка. В такой ситуации, при ограниченном количестве финансовых ресурсов, субсидий со стороны государства, возникает задача выбора параметров долгосрочного кредита, решение которой позволяет обеспечить его возвратность, эффективность и доступность для более широкого круга заемщика.

Потоки платежей, описывающие динамику долгосрочного кредита, являются неотъемлемой частью всевозможных кредитных сделок. Кредитные сделки отличаются большим разнообразием, конкретные условия каждой из них определяются в соответствующем финансовом контракте, являющемся ее юридическим обеспечением.

В общем случае простая кредитная сделка представляет собой единовременную выдачу долгосрочного кредита (займа), погашаемого одним платежом в конце срока сделки, в которой участвуют как минимум два лица: кредитор - лицо, предоставляющее в долг финансовые средства, и заемщик (дебитор) - лицо, получающее финансовые средства для временного их использования.

На рис. 1 представлено взаимодействие кредитора и заемщика и финансовые потоки между ними в простой кредитной сделке. К простым кредитным операциям относятся краткосрочные кредиты, выдаваемые на срок меньше года.

Как следует из рис. 1, простая сделка связывает две суммы: величину  $D_0$  выдаваемого кредита в момент  $t_0$  и возвращаемую в момент  $t_1$  заемщиком сумму  $D_1$ .



Рис. 1. Финансовые потоки в простой кредитной операции



Рис. 2. Финансовые потоки в сложной кредитной операции

Для сложных финансовых операций, таких как долгосрочный кредит, важнейшей особенностью является наличие серии платежей погашения долгосрочного кредита, образующих финансовый поток. При этом в каждой такой кредитной сделке для определения финансовых потоков в качестве исходных параметров задается сумма выданного кредита  $D$ , срок сделки, процентная ставка по кредиту и схема его погашения. В конечном счете завершение сделки предполагает выплату всех сумм, предписанных условиями сделки.

Сложная кредитная сделка, таким образом, включает две компоненты (рис. 2): выдачу кредита в сумме  $D$  в момент  $t_0$  и поток платежей погашения долгосрочного кредита

$$\{(t_1, V_1), (t_2, V_2), \dots, (t_n, V_n)\}.$$

Проведем анализ различных схем погашения, используемых в долгосрочном кредитовании, и на этой основе сформируем балансовые модели финансовых потоков.

К типичным схемам погашения долга относятся, например, схема, при которой поток платежей, направляемых на погашение основной суммы кредита, представляет собой постоянную ренту, т.е. ренту с постоянными по величине платежами. Используются схемы, в которых явным образом разделены процентные (идущие на выплату текущих процентов) и основные (идущие на погашение основного долга) платежи. Есть и другие схемы, которые мы будем рассматривать ниже.

В представленном случае принцип равенства приведенных значений обязательств кредитора и заемщика можно записать в следующем виде:

$$D = V^r ((1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + (1+i)^{-n}) = V^r \sum_{k=1}^n (1+i)^{-k}, \quad (1)$$

где  $i$  - рыночная процентная ставка.

В случае субсидирования со стороны государства по льготной процентной ставке, равной  $r$ , уравнение (1) имеет вид:

$$D = V^r \sum_{k=1}^n (1+r)^{-k}.$$

Слагаемые суммы в скобках являются членами геометрической прогрессии со знаменателем  $\vartheta = 1/(1+i)$ . Обозначим сумму членов этой прогрессии через  $a_{n,i}$ , а в случае субсидирования со стороны государства  $a_{n,r}$ . Тогда в соответствии с формулой для суммы членов геометрической прогрессии находим, что

$$a_{n,i} = \sum_{k=1}^n \vartheta^k = \vartheta \frac{\vartheta^n - 1}{\vartheta - 1} = \frac{1 - \vartheta^n}{i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}.$$

$$a_{n,r} = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}. \quad (2)$$

Величины  $a_{n,i}$ ,  $a_{n,r}$  называются коэффициентами приведения и характеризуют приведенное значение (современную стоимость) единичного потока. Эти коэффициенты являются функциями от срока кредита  $n$  и их процентных ставок  $i$ ,  $r$ . Чем выше значения процентных ставок, тем меньше величины коэффициентов приведения, соответственно. При увеличении срока кредита  $n$  величина коэффициента стремится к некоторому пределу. Значения коэффициентов  $a_{n,i}$ ,  $a_{n,r}$  табулированы, и в расчетах могут использоваться специальные таблицы для различных значений  $n$  и  $i$ ,  $r$ .

Из (1) с учетом (2) получим, что размер периодических постоянных выплат равен

$$V^i = D / \sum_{k=1}^n (1+i)^{-k} = D / a_{n,i}, \quad V^r = D / a_{n,r}. \quad (3)$$

Решив задачу определения периодической постоянной выплаты, можно сформировать процедуру погашения кредита.

При найденной в соответствии с (3) величине расхода по займу  $V$  можно сформировать план погашения долгосрочного кредита. Для этого найдем сумму первого платежа, идущую на погашение основного долга, как разность между величиной срочной уплаты  $V$  и процентами, т.е.

$$R_1 = V - D \cdot i. \tag{4}$$

Второй платеж представляет собой наращенную сумму первого и равен

$$R_2 = V - (D - R_1) i = R_1 + R_1 i = R_1 (1 + i),$$

третий платеж - наращенную сумму второго

$$R_3 = R_2 (1 + i) = R_1 (1 + i)^2 \text{ и т.д.}$$

Общая формула для определения величины погашения долга на конец любого года  $k$  такова:

$$R_k = R_{k-1} (1 + i) = R_1 (1 + i)^{k-1}, \tag{5}$$

$k = 1, 2, \dots, n.$

Для последнего года займа  $n$  величина погашения долга составит

$$R_n = R_{n-1} (1 + i) = R_1 (1 + i)^{n-1}.$$

В соответствии с формулой (6) периодические платежи по погашению долга образуют ряд:

$$R_1; R_1 (1 + i); R_1 (1 + i)^2; \dots; R_1 (1 + i)^{k-1}; \dots; R_1 (1 + i)^{n-1}. \tag{6}$$

Как следует из этого ряда и формулы (5), величина погашения долга увеличивается от года к году и в конце срока займа становится равной

$$R_n = R_1 (1 + i)^{n-1}.$$

Сумма членов ряда (6) за какой-либо год образует величину погашенной задолженности на конец этого года. Например, на конец года  $k$  величина погашенной задолженности равна

$$W_k = R_1 \sum_{\ell=0}^{k-1} (1 + i)^\ell = R_1 s_{k;i}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \tag{7}$$

где  $s_{k;i} = \sum_{\ell=0}^{k-1} (1 + i)^\ell$  - коэффициент наращения (на-

копления) единичного финансового потока за  $n$  периодов.

Эта сумма есть сумма  $k$  членов геометрической прогрессии со знаменателем  $u = (1 + i)$  и начальным членом, равным 1. Поэтому при  $i \neq 0$

$$s_{k;i} = \frac{u^k - 1}{u - 1} = [(1 + i)^k - 1] / i = (u^k - 1) / i.$$

Если  $i = 0$ , то  $s_{k;i} = \sum_{\ell=1}^k 1 = n.$

Как следует из приведенной формулы коэффициента наращения,  $s_{n;i}$  зависит только от срока кредита и процентной ставки. С увеличением каждого из этих параметров его величина

также увеличивается. Значения коэффициента легко табулировать и использовать в расчетах специальные таблицы.

В соответствии с (8) величины погашенной задолженности составляют следующий ряд:

$$R_1 s_{1,i}; R_1 s_{2,i}; \dots; R_1 s_{k,i}; \dots; R_1 s_{n,i} \tag{8}$$

или

$$R_1; R_1 \sum_{\ell=0}^1 (1 + i)^\ell; \dots; R_1 \sum_{\ell=0}^{k-1} (1 + i)^\ell; \dots; R_1 \sum_{\ell=0}^{n-1} (1 + i)^\ell.$$

Первый член этого ряда равен  $W_1 = R_1$ , так как  $s_{1,i} = 1$ , а последний член  $W_n = R_1 s_{n,i} = D$ , т.е. последний член ряда (8) равен сумме займа, а это означает, что долг за срок займа выплачен в полной мере. Размер погашенной задолженности, как следует из ряда и формулы (7), последовательно увеличивается от величины  $R_1$  в конце первого года до суммы  $D$  в конце срока погашения.

Размер погашенной задолженности до начала года  $k$  определяется из уравнения:

$$W_k^H = R_1 s_{k-1,i}; \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad w_1^H = 0. \tag{9}$$

Величины погашенной задолженности на начало года в соответствии с (9) образуют ряд:

$$0; R_1 s_{1,i}; R_1 s_{2,i}; \dots; R_1 s_{k-1,i}; \dots; R_1 s_{n-1,i};$$

или  $R_1; R_1 \sum_{\ell=0}^1 (1 + i)^\ell; \dots; R_1 \sum_{\ell=0}^{k-1} (1 + i)^\ell; \dots;$

$$R_1 \sum_{\ell=0}^{n-1} (1 + i)^\ell; \dots; R_1 \sum_{\ell=0}^n (1 + i)^\ell.$$

Размер погашенной задолженности на начало года увеличивается от нуля на начало первого года и до величины

$$W_n^H = R_1 \sum_{\ell=0}^{n-1} (1 + i)^\ell = D - R_1 (1 + i)^n$$

на начало последнего года займа.

Величина долга на начало какого-либо года  $t$  при известной задолженности на этот период

$W_k^H$  образует последовательность значений следующего ряда:

$$D; D - \dots; D - W_3^H; \dots; D - W_k^H; \dots; D - W_n^H$$

или  $D, D - R_1 s_{1,i}; D - R_1 s_{2,i}; \dots; D - R_1 s_{k-1,i}; \dots; D - R_1 s_{n-1,i}.$

Остаток долга на начало года  $k$  равен

$$D_k^H = D - R_1 \sum_{\ell=0}^{k-2} (1 + i)^\ell = D - R_1 s_{k-1,i}, \tag{10}$$

$$k = 2, 3, \dots, n, \quad D_1^H = D.$$

**Методика формирования платежных потоков при реализации долгосрочного кредита по схеме  $R = \text{const}$**

Год	Расходы по займу	Расходы на погашение долга	Погашенный долг		Остаток долга		Проценты	Субсидии
	$V$	$R_k$	$W_k^n$	$W_k$	$D_k^n$	$D_k$	$J_k^i$	$\Delta C_k$
1	$V=D/a_{n,i}$	$R_1=V-Di$	0	$R_1s_{1,i}$	$D$	$D-R_1s_{1,i}$	$Di$	$J_1^i - J_1^r$
2	$V$	$R_1=(1+i)$	$R_1s_{1,i}$	$R_1s_{2,i}$	$D-R_1s_{1,i}$	$D-R_1s_{2,i}$	$(D-R_1s_{1,i})i$	$J_2^i - J_2^r$
3	$V$	$R_1=(1+i)^2$	$R_1s_{2,i}$	$R_1s_{3,i}$	$D-R_1s_{2,i}$	$D-R_1s_{3,i}$	$(D-R_1s_{2,i})i$	$J_3^i - J_3^r$
⋮								
$t$	$V$	$R_1=(1+i)^{k-1}$	$R_1s_{k-1,i}$	$R_1s_{k,i}$	$D-R_1s_{k-1,i}$	$D-R_1s_{k,i}$	$(D-R_1s_{k-1,i})i$	$J_k^i - J_k^r$
⋮								
$n$	$V$	$R_1=(1+i)^{n-1}$	$R_1s_{n-1,i}$	$R_1s_{n,i}$	$D-R_1s_{n-1,i}$	$D-R_1s_{n,i}$	$(D-R_1s_{n-1,i})i$	$J_n^i - J_n^r$

Если учесть, что размер долга на начало последнего года займа равен

$$W_n^H = D - R_1(1+i)^n,$$

то остаток долга на начало последнего года займа составит

$$D_n^H = D - W_n^H = D - D + R_1(1+i)^n = R_1(1+i)^n.$$

Остаток долга на конец каждого года при известной погашенной задолженности  $W_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  образует аналогичную последовательность в виде следующего ряда:

$$D - R_1s_{1,i}; D - R_1s_{2,i}; \dots; D - R_1s_{n,i}; \dots;$$

При этом долг на конец года  $k$  составит

$$D_k = D - W_k = D - R_1 \sum_{\ell=0}^{k-1} (1+i)^\ell = D - R_1s_{k,i}, \quad (11)$$

$$k = 1, 2, \dots, n.$$

Учитывая, что величина погашенной задолженности на конец последнего года займа  $n$  равна сумме займа ( $W_n = D$ ), остаток долга на конец года  $n$  равен нулю, т.е.

$$D_n = D - W_n = D - R_1s_{n,i} = D - D = 0.$$

Определим величину процентов, выплачиваемую в конце каждого года, в случае, когда расходы по займу являются постоянными величинами. Так как проценты начисляются на размер долга в начальный период, величины процентов составят следующий ряд:

$$D_i; (D - W_2^H)i; (D - W_3^H)i; \dots; (D - W_k^H)i; \dots;$$

$$(D - W_n^H)i$$

$$\text{или } D_i; (D - R_1s_{1,i})i; (D - R_1s_{2,i})i; \dots; (D - R_1s_{k-1,i})i; \dots; (D - R_1s_{n-1,i})i.$$

Процентные платежи, выплачиваемые в конце года  $k$ , определяются из уравнения  $J_k = (D - R, s_{k-1,i})i$ ,  $k = 2, 3, \dots, n$ ,  $J_1 = D \cdot i$ , (12) а величина процентов, выплачиваемая в конце года  $n$ , составит в соответствии с формулой (12):

$$J_n = (D - R, s_{n-1,i})i = (D - D + R_1(1+i)^n)i = R_1i(1+i)^n.$$

Полученные уравнения (3) - (12) в совокупности позволяют сформировать план погашения займа заемщиком при условии постоянства срочных выплат.

В общем виде взаимосвязанные модели финансовых потоков при формировании методики погашения задолженности во времени в условиях субсидирования со стороны государства представлены в таблице.

В последнем столбце таблицы проценты по льготной ставке  $r$  в  $k$ -й период рассчитываются по уравнению  $J_k^r = (D - R_1s_{k-1,r})r$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Величины субсидий, выплачиваемых со стороны государства  $\Delta C$ , определяются как разность величин процентов по рыночной процентной ставке  $i$  и по льготной процентной ставке  $r$ .

При льготном периоде, равном  $L$ , и выплате процентов в конце каждого периода балансовое уравнение, характеризующее равенство обязательств между кредитором и заемщиком, имеет вид:

$$D = D \cdot i \cdot a_{L,i} + V^i \cdot a_{n-L,i} \cdot \frac{1}{(1+i)^L},$$

$$D = D \cdot r \cdot a_{L,r} + V^r \cdot a_{n-L,r} \cdot \frac{1}{(1+r)^L}.$$

Здесь величины периодических выплат определяются по формулам:

$$V^i = D / a_{n-L,i}, \quad V^r = D / a_{n-L,r}.$$

Общий план погашения задолженности может быть легко переведен в конкретный вид при заданных параметрах контракта  $D, n, i, r$ .

1. Мелкумов Я.С., Румянцев В.Н. Финансовые вычисления в коммерческих сделках. М., 1994.

2. Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов. М., 2005.