

## Экономико-математическая модель формирования вариантов бизнес-проектов в жилищной сфере городов

© 2010 С.И. Круглик

кандидат экономических наук, профессор

Московская академия коммунального хозяйства и строительства

E-mail: OET2004@yandex.ru

Разработана экономико-математическая модель формирования альтернативных вариантов бизнес-проектов субъектов рынка в управлении жилищной сферой городов. Рекомендовано ее использование для принятия управленческих решений на основе многокритериальной оптимизации.

*Ключевые слова:* жилищная сфера (ЖС) городов, управление, субъекты рынка, бизнес-проекты, многокритериальная оптимизация.

Экономико-математическая модель формирования альтернативных бизнес-проектов и выбора оптимального варианта на основе многокритериального анализа характеризуется рядом преимуществ по сравнению с известными моделями: учет основных факторов влияния на процесс управления жилищной сферой (ЖС); комплексная система критериев оценки получаемых вариантов, позволяющая повысить точность и достоверность моделируемых управленческих решений; принципы самоорганизации, саморегулирования и адаптации субъектов к изменениям среды.

Задача построения модели состоит в математически строгом описании совокупности всех теоретически допустимых вариантов бизнес-проектов при существующих ограничениях среды. Это описание будет рациональным с точки зрения возможностей осуществления оптимизационных расчетов, если оно будет реализовано в виде системы линейных неравенств, связывающих ресурсы (возможности)  $z$  организации-субъекта управления ЖС города с выполняемыми работами и услугами  $f$  (потребности населения в жилищно-коммунальных услугах - ЖКУ).

Постановка задачи построения модели с переменным составом ресурсов и изменяемой структурой выполняемых работ и услуг содержит следующие условия и допущения.

1. Задана система видов работ и услуг, каждый объект или комплекс работ может быть представлен в этой системе в виде структуры работ  $f$ -система спроса на ЖКУ.

2. Задан основной перечень типов и мощности ресурсов - система предложения ЖКУ.

3. Заданы технологические коэффициенты удельных затрат ресурсов по видам работ.

4. Для каждого вида работ  $i$  заданы группы взаимозаменяемых ресурсов. Индексы ресурсов группы  $k$  составляют множество  $J_k(i)$ . Каж-

дая такая группа ресурсов соответствует производственной операции, входящей в работу  $i$ .

5. В напряженном плане дефицитные ресурсы используются равномерно, т.е. допускаются лишь такие их простои, которые учитываются в технологических коэффициентах удельных затрат ресурсов ЖС.

Тогда экономико-математическая постановка задачи сводится к следующему: требуется описать взаимосвязь между ресурсами  $z$  и выполняемыми работами и услугами  $f$  так, чтобы каждому вектору ресурсов соответствовало множество всех тех и только тех значений вектора работ и услуг, которые могут быть реализованы этим составом ресурсов при всевозможных вариантах структур работ.

Для формальной записи данных требований и условий введем обозначения:  $z_{ij}$  - неизвестное количество ресурса  $j$ , используемого в течение интервала планирования на работе  $i$ , с учетом выполнения требований самоорганизации, саморегулирования и динамичной адаптации субъектов к изменениям среды;  $I(j)$  - множество индексов работ, на которых может использоваться ресурс  $j$ .

Отношение  $\frac{z_{ij}}{a_{ij}}$  показывает объем работы вида  $i$ , обеспеченный ресурсами вида  $j$  в количестве  $z_{ij}$ . С учетом этого запишем первое условие:

$$\sum_{i \in J(i)} \frac{z_{ij}}{a_{ij}} = f_i, i = 1, \dots, m. \quad (1)$$

Второе условие запишем следующим образом:

$$\sum_{i \in I(j)} z_{ij} \leq z_j, j = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Добавим условие неотрицательности переменных:

$$z_{ij} \geq 0, z_j \geq 0, f_i \geq 0. \quad (3)$$

Получена экономико-математическая модель типа “спрос - предложение”, связывающая имеющиеся ресурсы субъектов рынка ЖС с требованиями по выполняемым ЖКУ. Данная модель полностью соответствует постановке задачи. Она представляет собой распределительную модель линейного программирования, которая может применяться для разработки вариантов управленческих решений и планово-экономических расчетов.

Однако система (1) - (3) является моделью первого, приближенного вида, так как обладает двумя существенными особенностями:

1. Переменные  $z_{ij}$ , которые сами по себе не представляют экономического интереса с точки зрения поставленной цели, входят в модель в большом количестве и значительно увеличивают ее размерность.

2. Эти же переменные, стоящие между ресурсами организации и выполняемыми работами и услугами, мешают выявлению непосредственной связи между ними, а также затрудняют разработку простых и наглядных методов расчетов.

Оптимальная методология учета данных особенностей состоит в аппроксимации производственных возможностей  $a(y, z)$  системой линейных неравенств. Для этого должны быть выполнены эквивалентные преобразования модели, которые строго обоснованы при следующем условии: можно подобрать такие числа  $p_i > 0, i = 1, \dots, m$  и  $s_j > 0, j = 1, \dots, m$ , что если  $a_{ij} > 0$ , то

$$a_{ij} = p_i s_j. \quad (4)$$

Если не существует таких чисел  $p_i$  и  $s_j$ , чтобы условие (4) выполнялось точно, то необходимо подобрать параметры  $p_i$  и  $s_j$ , оптимальным образом аппроксимирующие это условие. Если же аппроксимацию условия (4) нельзя считать удовлетворительной, то следует применить следующий прием: ввести условную максимальную работу, потребляющую все неиспользованные ресурсы, тогда условие (2) преобразуется из неравенства в уравнение.

Система (1) - (3) при условии (4) эквивалентно (по допустимым значениям переменных  $z_j$  и  $f_i$ ) заменяется следующей системой:

$$\sum_{j \in J_r} \frac{z_j}{s_j} \geq \sum_{i \in I_r} p_i f_i, k = 1, \dots, k-1, \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{z_j}{s_j} = \sum_{i=1}^m p_i f_i, z_j \geq 0, f_i \geq 0. \quad (6)$$

Смысл  $k$ -го неравенства системы состоит в том, что оно показывает обеспеченность совокупности работ, составляющих множество  $J_k$ , теми ресурсами, которые на этих работах используются и могут заменять друг друга (множество  $J_k$ ).

Структура и количество неравенств зависят от правила допустимых замен ресурсов, т.е. от коэффициентов  $a_{ij}$ . Если взаимозаменяемость отсутствует, то количество неравенств равно числу типов ресурсов  $n$ . В другом крайнем случае, когда имеет место полная взаимозаменяемость всех ресурсов ЖС на всех работах, система (5) - (6) состоит из одного уравнения (6). При моделировании производственных возможностей организаций ЖС система (5) - (6) обычно содержит число неравенств, колеблющееся между числом типов ресурсов ( $n$ ) и числом видов работ ( $m$ ).

Система (5) - (6) отображает модель производственных возможностей субъектов ЖС со следующим физическим и экономическим смыслом. Если зафиксировать переменные (ресурсы организации), то система (5) - (6) будет отображать множество выполняемых и допустимых (при этих ресурсах) структур работ. Если же, наоборот, зафиксировать структуру производимой продукции, а ресурсы вновь сделать переменной, то система (5) - (6) показывает множество всех тех требуемых наборов ресурсов, которые позволяют выполнить данную структуру работ.

При отсутствии условной максимальной работы уравнение (6) преобразуем в неравенство:

$$\sum_{j \in J_k} \frac{z_j}{s_j} \geq \sum_{i \in I_k} p_i f_i, \quad (7)$$

где  $J_k$  включает индексы  $J = 1, \dots, n$ , а  $I_k$  - индексы  $I = 1, \dots, m$ .

Это значит, что модель производственных возможностей можно записывать в форме системы (5), включающей  $k$  неравенств. Если в практических ситуациях управления ЖС при выполнении планового задания общий объем ресурсов превышает необходимый минимум, то вместо обобщенной модели (5) - (6) следует использовать упрощенную модель (5).

Комплексно преобразуя систему (5) - (6), получаем итоговую интегральную модель второго вида как функцию требуемого минимума производственных возможностей организации

(предложения) для удовлетворения потребностей в ЖКУ (спроса) в процессе управления ЖС городов России:

$$a(y, z) = \min_{k=1, \dots, K} \left[ \frac{\sum_{j \in J_k} z_j s_j}{\sum_{i \in I_k} p_i y_i} \right]. \quad (8)$$

Многокритериальная оптимизация данной модели управления ЖС осуществляется на основе разработанной системы следующих 10 дифференциальных критериев:

1. *Своевременность выполняемых работ и услуг в ЖС (K<sub>1</sub>)*. Критерий характеризует отклонение запланированной продолжительности работ и услуг от заданной:

$$K_1 = \frac{T_\partial}{T}, \text{ если } T_\partial < T, \quad (9)$$

где  $T$  - запланированная продолжительность работ и услуг,

$T_\partial$  - директивная (нормативная) продолжительность работ и услуг.

2. *Соответствие потребности в ресурсах их наличию в ЖС (K<sub>2</sub>)*. Критерий характеризует и во многом определяет реализуемость варианта управления:

$$K_{2i} = \frac{R_{hi}}{R_{\Pi i}}, \text{ если } R_{hi} < R_{\Pi i}$$

$$\text{и } K_2 = \sum_{i=n}^m K_{2i} \frac{\Pi_i}{\Pi}, \quad (10)$$

где  $K_{2i}$  - критерий соответствия  $i$ -го вида ресурса;

$R_{hi}$  - наличный объем  $i$ -го ресурса;

$R_{\Pi i}$  - потребный объем  $i$ -го ресурса;

$\Pi_i$  - трудоемкость, или стоимость  $i$ -го вида работ, или стоимость  $i$ -го вида ресурсов;

$\Pi$  - общая трудоемкость, или стоимость всего комплекса работ, или общая стоимость всех ресурсов с учетом выполнения требований самоорганизации, саморегулирования и динамичной адаптации субъектов к изменениям среды;

$m$  - число видов ресурсов.

3. *Эффективность использования ресурсов в ЖС (K<sub>3</sub>)*. Критерий характеризует эффективность использования ресурсов (с учетом их трудоемкости или стоимости):

$$K_3 = \sum_{i=1}^m \left( \frac{t_i}{T} \right) \left( \frac{\Pi_i}{\Pi} \right), \quad (11)$$

где  $t_i$  - продолжительность  $i$ -го вида работ;

$T$  - продолжительность всего комплекса работ.

4. *Совместимость во времени разнотипных работ в ЖС (K<sub>4</sub>)*. Критерий характеризует степень поточности варианта выполнения работ:

$$K_4 = 1 - \frac{T}{\sum_{i=1}^m t_i}. \quad (12)$$

5. *Непрерывность использования ресурсов в ЖС (K<sub>5</sub>)*. Критерий характеризует степень непрерывности использования ресурсов внутри каждого отдельного вида ( $K_{5i}$ ) и в целом. Наличие простоев ресурсов нежелательно, так как приводит к увеличению стоимости управления:

$$K_{5i} = \frac{t_{hi}}{t_i} \text{ и } K_5 = \sum_{i=1}^m K_{5i} \frac{\Pi_i}{\Pi}, \quad (13)$$

где  $t_{hi}$  - продолжительность вида работ при непрерывном его выполнении;

$t_i$  - запланированная продолжительность вида работ.

6. *Равномерность использования ресурсов в ЖС (K<sub>6</sub>)*. Критерий характеризует стабильность использования во времени отдельных видов ресурсов (видов работ) и всего комплекса:

$$K_{6i} = 1 - \frac{f_i}{F_i} \text{ и } K_6 = \sum_{i=1}^m K_{6i} \frac{\Pi_i}{\Pi}, \quad (14)$$

где  $f_i$  - сумма неравномерного потребления во времени  $i$ -го ресурса;

$F_i$  - общая сумма потребления во времени  $i$ -го ресурса.

7. *Критичность работ с учетом самоорганизации, саморегулирования и адаптации (K<sub>7</sub>)*. Критерий характеризует степень критичности работ внутри каждого вида ( $K_{7i}$ ) и в целом (всего комплекса):

$$K_{7i} = \frac{\Pi_{kpi}}{\Pi_i} \text{ и } K_7 = \sum_{i=1}^m K_{7i} \frac{\Pi_i}{\Pi} = \sum_{i=1}^m \frac{\Pi_i}{\Pi}, \quad (15)$$

где  $\Pi_{kpi}$  - трудоемкость или стоимость критических работ в составе  $i$ -го вида;

$\Pi$  - трудоемкость или стоимость всего комплекса работ.

8. *Эффективность использования ресурсов и освоения фронтов работ в ЖС (K<sub>8</sub>)*. Данный

совокупный критерий позволяет одновременно учесть влияние двух факторов - ресурсов и фронтов работ. При необходимости в критерий могут быть введены коэффициенты значимости, устанавливающие отношения между эффективностью использования ресурсов и освоения фронтов работ:

$$K_8 = \frac{(Z_5 K_5 + Z_8 K_8)}{(Z_5 + Z_8)}, \quad (16)$$

где  $Z_5$  - значимость простоя ресурсов;

$Z_8$  - значимость простоя фронтов работ.

9. *Эффективность динамики капитальных вложений (инвестиций) при адаптации к изменениям среды* ( $K_9$ ). Он характеризует степень эффективности динамики капитальных вложений (инвестиций), определяемой запланированной организацией работ.

При формировании критерия принято, что до осуществления вложения средств в жилищную сферу (в виде выполнения какой-либо работы, изготовления какой-либо конструкции, установки какого-либо оборудования) они находятся в обороте и обеспечивают получение дохода (по принятой норме эффективности), а после вложения не приносят дохода, т.е. имеет место убыток (соответствующий норме эффективности). Суммарный эффект от  $i$ -го капитального вложения определяется разностью между доходом и убытком (исчисленными по формуле сложных процентов). Общий абсолютный эффект определяется суммой эффектов всех капитальных вложений, а относительный показатель определяется как отношение суммы максимально возможного убытка и достигнутой эффективности к базе, т.е. к сумме максимально возможного дохода и максимально возможного убытка.

10. *Эффективность уменьшения продолжительности (срока) работ* ( $K_{10}$ ). Критерий характеризует положительный эффект от уменьшения продолжительности работ:

$$K_{10} = \frac{1}{(1 - E_H)^T}. \quad (17)$$

Предложенные дифференциальные критерии качества управления жилищной сферой городов сводятся в интегральный:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i K_i}{\sum_{i=1}^n Z_i}, \quad (18)$$

где  $Z_i$  - коэффициент значимости  $i$ -го критерия (задается);

$n$  - число определяемых и учитываемых дифференциальных критериев.

Коэффициенты значимости задаются с учетом конкретных условий управления жилищной сферой городов и решения более общей (по отношению к рассматриваемой) задачи. Один коэффициент значимости (из всей совокупности) должен быть равен единице (остальные могут иметь большую величину), а коэффициенты у альтернативных и противоположных по направлению влияния критериев должны быть разные, т.е. должны учитывать реальные требования управления.

Методология применения авторской модели заключается в ее многокритериальной оптимизации с помощью дифференциальных и интегральных критериев оценки вариантов бизнес-планов при управлении жилищной сферой городов России.

*Поступила в редакцию 04.02.2010 г.*