

## Разработка модели принятия управленческих решений брокерской компанией

© 2010 А.Ю. Ситникова

Самарский государственный аэрокосмический университет

им. академика С.П. Королева

E-mail: sitnikova\_au@mail.ru

В статье разработана экономико-математическая модель принятия управленческих решений брокерской компанией. Целевой функцией выступает максимизация прибыли. Принимаются во внимание ограничения на количество продаваемых ценных бумаг, величину сальдо денежных средств и размер риска портфеля собственных финансовых ресурсов брокера. Реализация модели позволит эффективно планировать расходы брокера по всем видам деятельности.

*Ключевые слова:* брокер, прибыль, ценные бумаги, выручка, расходы, денежный поток, метод FIFO, риск, операционная деятельность, финансовая деятельность, инвестиционная деятельность.

Данная статья посвящена повышению эффективности деятельности брокерской компании, под которой понимается посредник на фондовой бирже, выполняющий функции по купле-продаже ценных бумаг от имени и за счет клиента. Особенностью деятельности брокера является то, что он не только осуществляет посредническую деятельность, но и обладает собственным портфелем финансовых ресурсов, состоящим из денежных средств и ценных бумаг, которым необходимо эффективно управлять для получения положительных результатов своей деятельности.

С целью повышения эффективности деятельности брокерской компании предлагается авторская модель принятия управленческих решений. В качестве критерия оптимизации деятельности брокера могут выступать выручка, прибыль, рентабельность, стоимость компании и др. В данной модели критерием является чистая прибыль компании после налогообложения, поскольку выручка не позволяет учитывать затраты, а рентабельность, будучи относительным показателем экономической эффективности, может иметь различный характер: рентабельность продаж, рентабельность активов, рентабельность собственного капитала и пр.

Модель включает в себя ряд ограничений:

1) количество ценных бумаг может быть только натуральной величиной, и количество продаваемых ценных бумаг не может превышать количество ранее купленных;

2) сальдо денежных средств не должно быть ниже заданного минимального остатка;

3) на величину риска портфеля ценных бумаг накладывается ограничение с целью его диверсификации.

Выдвигается гипотеза о циклической повторяемости конъюнктурных колебаний ценных бу-

маг. Причинами колебаний могут быть как внутренние, так и внешние факторы: относительная сила продавцов или покупателей ценных бумаг, фаза макроэкономического цикла и пр. С учетом гипотезы модель принятия управленческих решений брокерской компанией, рассчитанная на будущий (плановый) краткосрочный период, использует в качестве исходных данных исторические данные предыдущих периодов.

На временной оси (см. рисунок) точкой 0 обозначен текущий день. Соответственно временные отсчеты слева от 0 характеризуют историю деятельности брокера, а справа - прогнозные значения.  $T$  - "горизонт" прогнозирования; чем больше "горизонт", тем ниже точность прогноза. Если  $T$  превышает 20% от длины исследуемого ряда, то получаемый прогноз считается некачественным:  $T \leq 0,2|\tilde{T}|$ .

Под прибылью  $\Pi(t)$ , выступающей в качестве целевой функции модели, понимается следующая величина<sup>1</sup>:

$$\Pi(t) = \sum_{\tau=0}^t R(\tau) - \sum_{\tau=0}^t C(\tau) \rightarrow \max,$$

где  $R(\tau)$  - выручка брокера по хозяйственной деятельности в момент времени  $\tau$ ;

- издержки брокера по хозяйственной деятельности в момент  $\tau$ .

Дисконтирование в данной модели не используется, так как анализируется деятельность компании и составляются прогнозы для каждого рабочего дня.

*Рис. Дискретная временная ось*

$C(\tau)$   
 $\tilde{T}$

В модели учитываются основные статьи доходов и расходов отчета о прибылях и убытках, описанных ниже. Выручка брокера складывается из пяти источников дохода:

где  $R_1(t)$  - доходы от посредничества при совершении биржевой сделки;

$R_2(t)$  - выручка от кредитования клиентов денежными средствами;

$R_3(t)$  - выручка от кредитования клиентов ценными бумагами;

$R_4(t)$  - доходы от сделок по ценным бумагам брокера;

$R_5(t)$  - дивиденды по акциям, проценты по облигациям.

Издержки компании-брокера включают четыре источника расходов:

$$C(t) = \sum_{m=0}^3 C_m(t),$$

где  $C_0(t)$  - накладные и коммерческие затраты брокера;

$C_1(t)$  - уплата комиссии бирже при посредничестве в совершении сделок;

$C_2(t)$  - выплата процентов по кредитам банку;

$C_3(t)$  - уплата комиссии бирже при совершении сделок с ценными бумагами брокера.

Доходы брокера от посредничества при совершении биржевой сделки  $R_1(t)$  представляют собой комиссионные брокера  $\alpha$  от оборота по сделкам с ценными бумагами :

$$R_1(t) = \alpha V(t).$$

Выручку от кредитования клиентов денежными средствами  $R_2(t)$  брокерская компания получает в виде процентов  $\gamma$  по выдаваемым брокером кредитам в момент  $t$  в размере :

$$R_2(t) = \gamma K(t).$$

Выручка от кредитования клиентов ценными бумагами  $R_3(t)$  равна:

$$R_3(t) = \gamma K'(t),$$

где  $K'(t)$  - размер кредита, выданного ценными бумагами брокером в день  $t$ .

Доходы от сделок по ценным бумагам  $R_4(t)$ , находящимся в собственности брокера, определяются разницей цен продажи и покупки. Котировки ценных бумаг ежеминутно меняются, и цены ранее купленных ценных бумаг в разные моменты времени могут различаться между собой. Поэтому необходимы строгие правила учета брокерской компанией остаточного количества ценных бумаг. Существует три распространенных метода учета запасов: метод FIFO (first in - first out), LIFO (last in - last out) и средневзвешенный. Российское законодательство предполагает учет ценных бумаг по методу FIFO, математическое описание которого приведено ниже.

Если у брокера имеются различные ценные бумаги, то наименованию эмитента каждой ценной бумаги присваивается уникальный номер  $i$  ( $1 \leq i \leq I$ ,  $i \in \mathbb{N}$ , где  $I$  - количество наименований эмитентов ценных бумаг, находящихся в распоряжении брокера).  $x_i^+(\tau)$  ( $x_i^+(\tau) \in \mathbb{N}$ ) - остаточное количество  $i$ -х ценных бумаг, приобретенных в момент времени  $\tau$  ( ). Обозначение " $t$ " используется для описания момента продажи  $i$ -х ценных бумаг в количестве . Здесь необходимо учитывать первое ограничение модели

( $0 \leq x_i^-(t) \leq \sum_{\tau=0}^t x_i^+(\tau)$ ;  $x_i^-(t) \in \mathbb{N}$ ).

Кроме того, цена покупки  $i$ -х ценных бумаг  $p_i(\tau)$  для любого  $\tau$  должна быть положительна:

Требуется определить момент времени  $t^*$ , когда остаточное количество  $i$ -х ценных бумаг, начиная с нулевого момента времени, станет не меньше количества  $i$ -х ценных бумаг  $x_i^-(t)$ , продаваемых в момент времени  $t$ :

Тогда доход брокерской компании от продажи  $i$ -х ценных бумаг в количестве  $x_i^-(t)$  рассчитывается следующим образом:

$$R_4^i(t) = \begin{cases} \sum_{\tau=0}^{t^*-1} x_i^+(\tau)(p_i(t) - p_i(\tau)) + \\ \left( x_i^-(t) - \sum_{\tau=0}^{t^*-1} x_i^+(\tau) \right) (p_i(t) - p_i(t^*)), \\ \text{если } t^* \geq 1, \\ (x_i^-(t))(p_i(t) - p_i(0)), \text{ если } t^* = 0. \end{cases}$$

Затем необходимо пересчитать остатки ценных бумаг после продажи  $x_i^-(t)$ :

$$x_i^+(m) = \begin{cases} 0, \text{ если } m \in [0; t^* - 1] \\ \sum_{\tau=0}^{i^*} x_i^+(\tau) - x_i^-(t), \text{ если } m = t^*. \end{cases}$$

Таким образом, доходы от сделок по ценным бумагам  $R_4(t)$ , находящимся в собственности брокерской компании, определяются как сумма доходов  $R_4^i(t)$  по всем наименованиям ценных бумаг:

$$R_4(t) = \sum_{i=1}^I R_4^i(t).$$

Накладные затраты брокерской компании  $C_0(t)$  включают в себя зарплату и премиальные персоналу компании, коммунальные платежи, интернет-трафик, уборку помещения, мелкие ремонтные работы, маркетинг, рекламу, участие в выставках, запуск новых продуктов, выплаты в госбюджет и внебюджетные фонды и пр.

Комиссионные в размере  $\alpha$  от суммы сделок, взимаемые брокером со своих клиентов при совершении сделок, включают в себя комиссионные биржи. Таким образом, непосредственными комиссионными брокера является величина  $(\alpha - \beta)$  от объема сделок. Следовательно, величина затрат  $C_1(t)$ , связанная с уплатой комиссии бирже при посредничестве в совершении биржевых сделок, составит:

$$C_1(t) = \beta V(t).$$

В случае если компания-брокер использует заемные средства для кредитования своих кли-

ентов, имеют место затраты на погашение процентов по кредитам банкам  $C_2(t)$ :

$$C_2(t) = \varphi K_1(t),$$

где  $\varphi$  - ставка процента банка ( );

- остаток долга брокерской компании перед банком в момент времени  $t$ .

Затраты брокерской компании  $C_3(t)$  на совершение биржевых сделок с ценными бумагами, находящимися в собственности брокера, определяются величиной комиссионных бирже от оборота:

$$C_3(t) = \beta \sum_{i=1}^I (x_i^+(t) + x_i^-(t)) p_i(t).$$

Анализ второго ограничения обычно проводится с использованием бюджета движения денежных средств, который составляется как с целью обеспечения постоянного наличия денежных средств, направляемых на исполнение обязательств компании, так и для эффективного использования избытка этих средств. Ограничение на величину сальдо  $F(t)$  для каждого периода можно записать следующим образом:

$$F(t) \geq f_{\min},$$

где  $f_{\min}$  - неснижаемый остаток денежных средств.

В свою очередь, сальдо  $F(t)$  каждого временного периода  $t$  определяется посредством сальдо предыдущего периода  $F(t-1)$  и разницей притока  $f^+(t)$  и оттока  $f^-(t)$  денежных средств текущего периода. Притоки (источники)  $f^+(t)$  и оттоки  $f^-(t)$  денежных средств отражают только те денежные средства, которые реально могут поступить на расчетный счет или быть израсходованными в данный бюджетный период. Последовательно выражая сальдо предыдущих периодов через денежные потоки, сальдо  $F(t)$  для временного периода  $t$  можно записать как:

$$F(0) + \sum_{\tau=1}^t (f^+(\tau) - f^-(\tau)) \geq f_{\min}.$$

Положительный и отрицательный денежные потоки для любого момента определяются поступлениями в бюджет денежных средств по операционной, финансовой и инвестиционной деятельности компании.

Операционная деятельность обеспечивает выполнение коммерческих функций предприя-

тия и формирует основной денежный поток. Основные доходы и расходы от операционной деятельности были представлены выше.

Финансовая деятельность связана с осуществлением финансовых вложений. Основные притоки денежных средств по финансовой деятельности включают в себя:  $G_1^+(t)$  - краткосрочные кредиты и займы;  $G_2^+(t)$  - долгосрочные кредиты и займы;  $G_3^+(t)$  - целевое финансирование. Основные оттоки денежных средств, связанных с финансовой деятельностью, это:  $G_1^-(t)$  - возврат краткосрочных кредитов и займов;  $G_2^-(t)$  - возврат долгосрочных кредитов и займов;  $G_3^-(t)$  - погашение векселей.

Инвестиционная деятельность направлена на получение дохода от вложенных инвестиций. Основные притоки денежных средств по инвестиционной деятельности включают в себя:  $U_1^+(t)$  - денежные средства от продажи основных средств и нематериальных активов;  $U_2^+(t)$  - дивиденды и проценты от долгосрочных финансовых вложений;  $U_3^+(t)$  - возврат других финансовых вложений. Основные оттоки денежных средств по инвестиционной деятельности определяются аналогичным образом:  $U_1^-(t)$  - денежные средства на приобретение основных средств и нематериальных активов;  $U_2^-(t)$  - капитальные вложения;  $U_3^-(t)$  - долгосрочные финансовые вложения.

Положительный денежный поток  $f^+(t)$  для любого момента времени определяется суммой притоков в бюджет брокерской компании денежных средств по операционной  $R_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, 5$ , финансовой  $G_k^+(t)$ ,  $k = 1, \dots, 3$  и инвестиционной деятельности  $U_l^+(t)$ ,  $l = 1, \dots, 3$ :

$$f^+(t) = \sum_{j=1}^5 R_j(t) + \sum_{k=1}^3 G_k^+(t) + \sum_{l=1}^3 U_l^+(t).$$

Отрицательный денежный поток  $f^-(t)$  для любого момента времени, соответственно, определяется суммой оттоков денежных средств по

операционной  $C_m(t)$ ,  $m = 0, \dots, 3$ , финансовой  $G_n^-(t)$ ,  $n = 1, \dots, 3$  и инвестиционной деятельности  $U_q^-(t)$ ,  $q = 1, \dots, 3$  брокерской компании:

$$f^-(t) = \sum_{m=0}^3 C_m(t) + \sum_{n=1}^3 G_n^-(t) + \sum_{q=1}^3 U_q^-(t).$$

Ограничение на величину риска портфеля ценных бумаг для обеспечения диверсификации портфеля можно записать как:

$$\sigma(t) \leq \sigma_{\max},$$

где  $\sigma(t)$  - среднее квадратическое отклонение стоимости портфеля ценных бумаг в момент времени  $t$ ;

$\sigma_{\max}$  - максимально допускаемое брокером значение отклонения стоимости портфеля ценных бумаг.

Величина среднего квадратического отклонения стоимости портфеля, состоящего из  $I$  ценных бумаг, в момент  $t$  в соответствии с моделью Марковица равна<sup>2</sup>:

$$\sigma(t) = \sqrt{\sum_{a=1}^I \sum_{b=1}^I (W_a(t) \cdot \sigma_a(t) \cdot W_b(t) \cdot \sigma_b(t) \cdot \rho_{ab}(t))}.$$

Доля  $W_i(t)$  ценных бумаг  $i$ -го эмитента в портфеле ценных бумаг компании-брокера в момент времени  $t$  представляет собой следующую величину:

$$W_i(t) = \frac{\sum_{\tau=0}^t x_i^+(\tau) p_i(t)}{\sum_{i=1}^I \sum_{\tau=0}^t x_i^+(\tau) p_i(t)}, \text{ где } 0 \leq W_i(t) \leq 1,$$

$$\text{а также } \sum_{i=1}^I W_i(t) \leq 1.$$

Причем  $\sigma_i(t)$  - среднее квадратическое отклонение стоимости ценной бумаги  $i$ -го эмитента в портфеле брокера в момент  $t$ , которое определяется средним значением цены  $i$ -й бумаги в портфеле в момент  $t$ , рассчитываемым как скользящее среднее значение цены с периодом усреднения  $t'$ :

$$\bar{p}_i(t) = \frac{\sum_{\tau=t-t'+1}^t p_i(\tau)}{t'}.$$

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_i(t)$  для каждой ценной бумаги портфеля в момент времени  $t$  равно:

$$\sigma_i(t) = \sqrt{\frac{\sum_{\tau=t-t'+1}^t \left( \frac{p_i(\tau)}{\bar{p}_i(t)} - 1 \right)^2}{t'-1}}$$

Коэффициент корреляции  $\rho_{ab}(t)$  для ценных бумаг  $a$  и  $b$ , определяющий степень их взаимосвязи, в момент  $t$  рассчитывается как:

$$\rho_{ab}(t) = \frac{\sum_{\tau=t-t'+1}^t \left( \frac{p_a(\tau)}{\bar{p}_a(t)} - 1 \right) \left( \frac{p_b(\tau)}{\bar{p}_b(t)} - 1 \right)}{t' \cdot \sigma_a(t) \cdot \sigma_b(t)}$$

Обобщив вышеизложенные рассуждения, можно сформулировать математическую модель принятия решений брокерской компанией:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pi(t) = \sum_{\tau=0}^t \sum_{j=1}^5 R_j(\tau) - \sum_{\tau=0}^t \sum_{m=0}^3 C_m(\tau) \rightarrow \max; \\ 0 \leq x_i^-(t) \leq \sum_{\tau=0}^t x_i^+(\tau); \quad x_i^-(t) \in \mathbb{N}; \quad \text{для } t = \overline{1..T}; \\ F(0) + \sum_{\tau=1}^t (f^+(\tau) - f^-(\tau)) \geq f_{\min}; \quad \text{для } t = \overline{1..T}; \\ \sqrt{\sum_{a=1}^I \sum_{b=1}^I (W_a(t) \cdot \sigma_a(t) \cdot W_b(t) \cdot \sigma_b(t) \cdot \rho_{ab}(t))} \leq \sigma_{\max}; \\ \text{для } t = \overline{1..T}, \end{array} \right.$$

где  $f^+(t) = \sum_{j=1}^5 R_j(t) + \sum_{k=1}^3 G_k^+(t) + \sum_{l=1}^3 U_l^+(t)$

и  $f^-(t) = \sum_{m=0}^3 C_m(t) + \sum_{n=1}^3 G_n^-(t) + \sum_{q=1}^3 U_q^-(t);$

$$W_i(t) = \frac{\sum_{\tau=0}^t x_i^+(\tau) p_i(\tau)}{\sum_{i=1}^I \sum_{\tau=0}^t x_i^+(\tau) p_i(\tau)}; \quad W_i(t) \geq 0;$$

причем  $\sum_{i=1}^I W_i(t) \leq 1;$

$$\sigma_i(t) = \sqrt{\frac{\sum_{\tau=t-t'+1}^t \left( \frac{p_i(\tau)}{\bar{p}_i(t)} - 1 \right)^2}{t'-1}}$$

причем  $\bar{p}_i(t) = \frac{\sum_{\tau=t-t'+1}^t p_i(\tau)}{t'};$

$$\rho_{ab}(t) = \frac{\sum_{\tau=t-t'+1}^t \left( \frac{p_a(\tau)}{\bar{p}_a(t)} - 1 \right) \left( \frac{p_b(\tau)}{\bar{p}_b(t)} - 1 \right)}{t' \cdot \sigma_a(t) \cdot \sigma_b(t)}$$

В статье разработана экономико-математическая модель принятия управленческих решений брокерской компанией. Реализация полученной модели позволит планировать расходы брокерской компании по всем видам операционной, финансовой и инвестиционной деятельности с целью достижения максимальной прибыли. Данную модель предполагается решать при помощи торгового индикатора, использующего спектральный анализ, цифровую фильтрацию и гармонический анализ. Модель торгового индикатора представлена в других работах автора<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> *Малыхин В.И.* Оптимальные портфели и пакеты ценных бумаг: учеб. пособие / под общ. ред. В.А. Колемаева. М., 2002.

<sup>2</sup> *Markowitz H.M.* Portfolio Selection // J. of Finance. 1952. V. 7. 1.

<sup>3</sup> См.: *Ситникова А.Ю.* Применение спектрального анализа для выявления экономических циклов // Современные модели исследования социально-экономических процессов : материалы конф. Саратов, 2009; *Ситникова А.Ю., Богатырев В.Д.* Разработка торгового индикатора для рынка ценных бумаг на основе асинхронного гармонического анализа // Вестн. Междунар. ин-та рынка. Самара, 2007. 2 (3).

Поступила в редакцию 05.01.2010 г.