Новый подход к портфельному инвестированию

© 2009 В.И. Тинякова
доктор экономических наук, доцент
© 2009 И.В. Шевырев
Воронежский государственный университет

В статье обсуждаются способы построения инвестиционного портфеля в рамках нового подхода, предусматривающего использование упреждающих оценок доходности, рассчитываемых с помощью модели формирования прогнозного образа.

Ключевые слова: инвестиционный портфель, прогнозный образ, условно-ожидаемая доходность, неоднородный финансовый рынок, риск-устойчивая стратегия.

Несмотря на интенсивное развитие финансовой теории, в настоящее время растет неудовлетворенность результатами практической деятельности на финансовых рынках. На наш взгляд, основной причиной успехов и неудач на рынке является умение или отсутствие такового принимать инвестиционные решения на основе анализа сформированного представления о будущем, позволяющего оценить размеры реального риска. Не случайно модель Марковица[1], в которой отсутствуют элементы упреждающего обоснования, но рассчитываются усредненные оценки риска, так и не стала инструментом инвестиционного менеджмента. Определенные с ее помощью стратегии - стратегии упущенных возможностей. Это хорошо иллюстрируют результаты расчетов, приведенные в следующей таблице. Заметим, что данные исторического периода использовались для построения оптимального портфеля, а данные упреждающего периода - для проверки эффективности построенного портфеля, если бы инвестор продолжал действовать в соответствии с таким образом определенной стратегией инвестирования.

Существует много методик и различных схем, в которых излагается специфика практического использования упреждающей информации. Но даже те из них, которые претендуют на обобщения, на самом деле представляют собой частные решения. В целом, неудовлетворенность прогнозными решениями, так же как и самими прогнозами, продолжает оставаться на высоком уровне. Поэтому идеи, которые предлагают решения по практическому применению результатов прогнозирования в инвестиционной деятельности, остаются актуальными. Остановимся более подробно на тех идеях и на тех способах формирования портфеля ценных бумаг, которые ввиду перспективности своего развития заслуживают, на наш взгляд, более пристального внимания специалистов в области инвестиционного менеджмента (см. таблицу).

Рассмотрим подход к портфельному инвестированию, предусматривающий замену средних доходностей их прогнозными оценками[2]. В результате такой операции изменяется оценка риска портфеля. Обычно величина риска в портфельных задачах определяется через ковариационную матрицу. В большинстве случаев это чрезмерно завышенная оценка. Поэтому ковариационная матрица в данном подходе рассчитывается не по отклонениям от среднего, а по отклонениям от условно среднего, которые можно получить после построения прогнозной модели.

Модель формирования портфеля ценных бумаг с условно ожидаемой доходностью в общем случае записывается следующим образом:

$$2\tau w' m_{t|t-1} - w' \Sigma_{t|t-1} w \to \max\ , \qquad (1)$$

$$w'i = 1\ , \qquad (2)$$

где τ - параметр, характеризующий уровень доверия инвестора прогнозным оценкам;

i - единичный вектор;

- вектор структуры портфеля;

$r_t = (r_{t1}, r_{t2}, \ldots, r_{tn})'$ - вектор доходностей активов, включенных в портфель;

$m_{t|t-1} = \mathrm{M}(r_t) = (m_{t|t-1 1}, m_{t|t-1 2}, \ldots, m_{t|t-1 n})'$ - вектор условных математических ожиданий доходностей;

$R_t = w' r_t$ - доходность портфеля в момент времени t;

$\mathrm{M}(R_t) = w' m_{t|t-1}$ - математическое ожидание доходности портфеля;

[1] *Markowitz H.M.* Portfolio Selection // J. of Finance. 1952. Vol. 7. № 1. P. 77-91; *Мельников А.В., Попова Н.В., Скорнякова В.С.* Математические методы финансового анализа. М., 2006.

[2] *Давнис В.В., Хлебникова Е.А.* Портфель ценных бумаг с оптимальной предикторной структурой // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2006. № 6 (48). С. 154-158.

Результаты анализа упреждающих возможностей модели Марковица

Номер наблюдения	Доходность				
	ЛУКОЙЛ	НГМК	ГАЗПРОМ	МТС	Портфель
Ретроспективный период					
1	3,5352	6,9180	8,0791	17,2042	6,7228
2	3,1322	9,1749	5,4669	10,1556	4,3573
3	3,4527	12,3270	5,4024	9,1739	4,1207
4	7,0413	10,2350	8,1909	13,3154	7,3913
5	5,6940	9,3433	8,8035	11,5571	8,0354
6	3,1724	8,5883	8,7377	11,2361	7,6704
7	1,7396	9,3979	9,4223	17,4187	7,5563
8	-0,2262	9,8399	7,4302	17,0883	5,1979
9	-2,2665	13,5200	8,2433	17,5724	5,3145
10	-0,4567	10,8657	9,7172	13,5378	7,6913
11	0,3577	8,9430	9,6102	13,5506	7,8934
12	-2,0007	4,3936	7,6756	15,5979	5,8144
13	1,2703	2,5388	10,2908	15,5102	9,1842
14	1,7980	1,8392	10,0587	32,2776	7,7140
15	-0,0432	1,1824	7,7972	45,9610	4,0493
16	-2,3893	-4,6236	5,4083	4,8585	5,1885
17	-4,8205	-2,4161	3,5892	1,7523	2,9934
18	-5,0829	-2,0474	1,7865	1,4060	1,1047
Средняя доходность	**0,7726**	**6,1122**	**7,5394**	**14,9541**	**6,0000**
Риск	**3,3231**	**5,4517**	**2,3382**	**10,3839**	**4,4813**
Структура	**0,1573**	**-0,0959**	**1,0210**	**-0,0825**	
Упреждающий период					
19	-1,3993	-2,5368	0,1908	0,2687	0,1957
20	1,4463	2,8369	0,5090	0,8395	0,4060
21	0,0670	0,5614	-0,2875	-2,3943	-0,1393
22	0,7682	4,1121	0,9404	-0,1845	0,7021
23	3,4261	-0,8168	2,7299	4,6485	3,0211
24	-0,9642	-0,6376	1,1438	-0,5357	1,1215
25	-0,5063	1,5494	1,0809	0,7307	0,8152
26	-2,5790	-0,0882	-0,7232	4,0173	-1,4671
27	-1,5625	-0,6351	-1,0647	-0,1528	-1,2594
28	-1,2426	-0,0199	-0,3398	0,5426	-0,5853
29	1,0929	-0,2268	1,5313	-2,5768	1,9698
30	-1,8715	-3,7964	-0,7588	-1,8921	-0,5492
31	-2,4998	-3,8398	-1,8864	2,0039	-2,1166
32	-0,8309	-4,1843	-0,5653	-2,2172	-0,1239
33	1,9199	3,0488	1,1081	1,6142	1,0080
34	-2,0998	0,6258	-2,2809	-3,6657	-2,4168
35	-0,6142	-2,1477	-0,4616	-1,1033	-0,2711
36	0,3766	4,2270	0,3854	1,0046	-0,0353
Средняя доходность	**-0,3929**	**-0,1093**	**0,0695**	**0,0527**	**0,0153**

$\varepsilon_{t|t-1i} = r_{ti} - \mathrm{M}(r_{ti}|r_{t-1i})$ - отклонение условного среднего от наблюдаемого значения доходности;

$\varepsilon_{t|t-1i} = (\varepsilon_{2|1i}, \varepsilon_{3|2i}, \dots, \varepsilon_{t|t-1i})'$ - вектор отклонений;

$E_{t|t-1} = (\varepsilon_{t|t-11}, \varepsilon_{t|t-12}, \dots, \varepsilon_{t|t-1n})$ - матрица отклонений;

$\sigma_p^2 = V(R_t) = w'\mathrm{M}(E'_{t|t-1}E_{t|t-1})w = w'\Sigma_{t|t-1}w$ - дисперсия портфеля с условно ожидаемой доходностью.

Конструкция целевой функции задачи (3)-(4) обеспечивает максимизацию разности между взвешенной величиной условно средних доходностей и вариацией этой взвешенной величины. По сути, в задаче оптимизируется гарантированно достижимый в среднем уровень доходности портфеля. Это является результатом того, что из оптимизируемого критерия исключен риск и фактически доходность портфеля находится на нижнем условном ожидаемом уровне.

В общем виде оптимальная структура портфеля задается соотношением

$$w = \frac{1}{i'\,\Sigma_{t|t-1}^{-1}\, i}\,\Sigma_{t|t-1}^{-1}\, i +$$

$$+\,\tau\left(\Sigma_{t|t-1}^{-1}\, m_{t|t-1} - \frac{i'\,\Sigma_{t|t-1}^{-1}\, m_{t|t-1}}{i'\,\Sigma_{t|t-1}^{-1}\, i}\,\Sigma_{t|t-1}^{-1}\, i\right), \quad (3)$$

представляющим собой сумму двух портфелей.

Первый портфель - это портфель минимальной доходности. Его структура практически не зависит от прогнозных оценок, и поэтому он мало чувствителен к изменению ситуации на рынке ценных бумаг. Второй портфель представляет собой самофинансируемый портфель. Структура этого портфеля существенно зависит от прогнозных оценок, поэтому все сомнения по поводу надежности инвестирования в портфель (3) должны быть отнесены к самофинансируемому портфелю.

Реализация рассмотренного подхода имеет смысл в рамках гипотезы эффективного рынка. Специфику инвестирования в рамках альтернативной гипотезы - гипотезы фрактального рынка - отражает подход, смысл которого в следующем[3]. Соглашаясь с предположением гипотезы фрактального рынка о наличии инвесторов с различным инвестиционным горизонтом, мы одновременно соглашаемся с тем, что один и тот же актив можно рассматривать как несколько активов с различным уровнем доходности и различной волатильностью. Активы с фиксированным лагом определения доходности - псевдоактивы - обладают всеми признаками обычного актива и поэтому могут быть использованы для формирования псевдопортфеля, т.е. портфеля, который включает один и тот же актив с доходностью, структурированной по различным горизонтам инвестирования.

Причем при построении псевдопортфеля используются не исторические данные, а информационные возможности прогнозного образа, предусматривающие наличие прогнозных оценок и вероятностей реальности этих оценок. Другими словами, прогнозный образ можно понимать как распределение дискретной случайной величины, по которому без труда определяются ее числовые характеристики. В этом важное отличие рассматриваемого подхода от общепринятой схемы построения эффективных портфелей, хотя влияние исторических данных на формируемую структуру портфеля, безусловно, должно учитываться, но косвенно, через прогнозные оценки, полученные на основе исторических данных.

Для формальной записи модели формирования портфеля на неоднородных (фрактальных) рынках введем обозначения: n - число инвестиционных горизонтов, которых придерживаются инвесторы на неоднородном рынке; m - число экстраполяционных вариантов прогнозного образа; S_t - уровень цены актива в момент, предшествующий периоду, для которого рассчитывается прогнозная оценка; x - переменная, принимающая значения, равные условным номерам вариантов прогнозного образа; z_{t+1} - экспертно-аналитическая оценка ожидаемой ситуации в упреждающий период; экстраполяционные варианты прогнозного образа

$$R(S_t) = \begin{pmatrix} r_{01} & r_{02} & \cdots & r_{0n} \\ r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{pmatrix};$$

вероятностное описание прогнозного образа

$$p(z_{t+1}) = \begin{pmatrix} p(x=0) \\ p(x=1) \\ \vdots \\ p(x=m) \end{pmatrix};$$

диагональная матрица с вероятностными оценками на диагонали

$$P(z_{t+1}) = \begin{pmatrix} p(x=0) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p(x=1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p(x=m) \end{pmatrix}.$$

Используя введенные обозначения, можно записать ковариационную матрицу псевдопортфеля

$$\Sigma_{Sz} = R'(S_t)P(z_{t+1})R(S_t) \quad (4)$$

и математическое ожидание

$$m_{Sz} = R'(S_t)\,p(z_{t+1})\,. \quad (5)$$

И ковариационная матрица, и математическое ожидание зависят от тех же переменных, от которых зависит прогнозный образ неоднородного рынка. Поэтому и структура портфеля, получаемого как решение задачи

$$w'\Sigma_{Sz} w \to \min\,; \quad (6)$$

$$w' m_{Sz} = \mu\,; \quad (7)$$

$$w' i = 1\,, \quad (8)$$

зависит от значения этих переменных.

[3] *Вартанова Э.Р., Тинякова В.И.* Формирование портфелей ценных бумаг на неоднородных рынках // Вопр. современной науки и практики / Ун-т им. В.И. Вернадского. Тамбов, 2009. № 2 (16).

В рассматриваемом далее подходе к построению риск-устойчивого инвестиционного портфеля модель формирования прогнозного образа является, как и в предыдущем случае, базовой[4]. Один из вариантов этой модели предусматривает оценку вероятностного распределения реальности вариантов прогнозного образа на основе прогнозной оценки индекса

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 y_t + X\hat{d}\,; \tag{9}$$

$$\hat{z}_{t+1} = \hat{\alpha}_0 + \alpha_1 z_t\,; \tag{10}$$

,

; (11)

$$\mathrm{P}(y_{i+1} = n) = \frac{1}{1 + \sum_{j=0}^{n-1} e^{\hat{z}_{i+1}\hat{b}_j}}, \tag{12}$$

где $\hat{y}_{t+1}$ - вектор, компоненты которого представляют собой значения вариантов прогнозного образа для момента $t + 1$;

- матрица значений дискретных переменных;

$$X\,\Sigma\,0,w\,1,\to 2\min,\ \hat{\alpha}\ -1,\ \hat{b}_j\ \hat{d}\ e^{\hat{z}_i}$$

$$\mathrm{P}(y_{i+1} = j) = \frac{}{1 + \sum_{j=0}^{n-1} e^{\hat{z}_{i+1}\hat{b}_j}}$$

- вектор оцененных параметров дискретной составляющей прогнозной модели;

- прогнозная оценка рыночного индекса, от которого зависит распределение вероятностей реальности вариантов прогнозного образа;

- оцененные параметры авторегрессионной модели рыночного индекса;

- вектор оценок параметров j-го блока полиномиальной модели.

Во втором варианте предусматривается замена прогнозной модели индекса процедурой формирования экспертно-аналитической оценки.

Модель формирования риск-устойчивого инвестиционного портфеля с использованием информационных возможностей прогнозного образа

; (13)

$$w' m_E = \mu\,; \tag{14}$$

$$w' i = 1\,, \tag{15}$$

где ковариационная матрица Σ_E и вектор математического ожидания доходностей m_E активов определяются в соответствии с информационными возможностями прогнозных образов.

Для прогнозного образа i-го актива (R^i, P^i) математическое ожидание

$$m^i = (R^i)' P^i = \sum_{j=1}^{n} r_j^i p_j^i\,, \tag{16}$$

где r_j^i - величина доходности в j-м варианте прогнозного образа i-го финансового актива;

p_j^i - вероятность реальности j-го варианта прогнозного образа i-го финансового актива.

Компоненты вектора $m_E = (m^1, m^2, \ldots, m^n)'$ определены как математические ожидания прогнозных образов активов, включаемых в портфель.

В данной модели риск учитывается не как среднеквадратическое отклонение от среднего, а как среднеквадратическое отклонение от математического ожидания дискретной случайной величины (прогнозного образа). Среднее значение - это частный случай, когда все варианты прогнозного образа равновероятны. Портфель, структура которого определяется с помощью данной модели, ориентирован в будущем не на среднюю доходность, а на доходность, которая чаще других значений будет иметь место в будущем. В этом и состоит преимущество данной модели перед моделью Марковица.

Идея построения риск-устойчивых стратегий инвестирования в некотором смысле напоминает процедуру формирования риск-нейтральной цены опциона с помощью биномиального дерева. Для ее реализации рассматривается множество вариантов, которые могут быть сформированы из значений прогнозных образов.

Если в i-м прогнозном образе содержится R^i вариантов, а в портфель включается n активов, то число возможных комбинаций этих вариантов определяется по формуле произведения

$$N = R^1 \cdot R^2 \cdot \ldots \cdot R^n\,. \tag{17}$$

Обозначим множество, содержащее N комбинаций, через Ψ_N. Тогда доходность портфеля, построенного на основе данных прогнозного образа, можно определять для каждого варианта $r_j \in \Psi_N$ $(j = 1, 2, \ldots, N)$

---

[4] *Тинякова В.И. Мартынова М.А., Тимченко О.В.* Риск-устойчивые стратегии инвестирования в финансовые активы // Анализ, моделирование и прогнозирование экономических процессов: материалы междунар. науч.-практ. конф. Воронеж, 2009.

$$\mu_j = w' r_j \, . \qquad (18)$$

Полученные таким образом значения μ_j могут превосходить заданный уровень доходности μ, а могут быть ниже этого уровня. Понятно, что те случаи, когда нас устраивают, а те, которые ниже, должны отличаться от μ на минимально возможную величину.

Для удобства формального изложения процедуры построения риск-устойчивого портфеля рассмотрим величину

$$j = 1, 2, \ldots, N \qquad (19)$$

и определим ее максимальное значение

$$\delta_p = \max_j \delta_j \, . \qquad (20)$$

На формальном уровне риск-устойчивый портфель - это портфель, для которого δ_p минимально, и наступившая реальность при условии, что она не выходит за рамки прогнозного образа, не может существенно изменить величину δ_p.

В рассмотренной модификации портфеля Марковица используется не только информация, получаемая в рамках технического анализа, но и результаты фундаментального анализа. Естественно, расширенные информационные возможности позволяют строить более надежные инвестиционные стратегии.

В целом, изложенные способы формирования инвестиционного портфеля связаны единым замыслом. Суть замысла в том, чтобы исторические данные использовать для построения модели прогнозного образа, а портфель формировать на основе прогнозных оценок доходностей, рассчитываемых с помощью этой модели. В результате удается устранить главный, на наш взгляд, недостаток модели Марковица - отсутствие упреждающей ориентации на достижение ожидаемого инвесторами уровня доходности.

Поступила в редакцию 08.11.2009 г.