

Фрактально-кластерная теория и термодинамические принципы управления ресурсораспределением в экономических системах

© 2007 В.Т. Волон

доктор педагогических наук, доктор технических наук,
доктор экономических наук, профессор
Самарский филиал Современной гуманитарной академии

Изложены основы фрактально-кластерной теории, включающей фрактально-кластерные соотношения, динамические уравнения эволюции фрактально-кластерной системы и критерии управления сложными системами.

На основе синтеза основных положений термодинамики структуры И. Пригожина к разработанной модели осуществлен анализ управления экономическими системами.

1. Введение

Основой метода управления, анализа эффективности управления и функционирования самоорганизующейся системы (СС) в исследовании приняты термодинамический метод и фрактально-кластерные соотношения (ФКС)¹.

В результате длительных многолетних статистических исследований² удалось доказать, что в любых системах: технических; биологических, прошедших эволюционный путь развития; системах “машина-человек” - всегда имеется пять основных кластеров. Это энергетический (C_3), транспортный ($C_{тр}$), технологический (C_T), экологический ($C_э$) и информационный ($C_{и}$) кластеры, имеющие определенные (идеальные) значения, выраженные в процентах или долях целого для экстенсивного параметра системы (время, деньги, масса и т.п.). Для энергетического кластера это значение составляет 38%, транспортного - 27%, экологического - 16%, технологического - 13%, информационного - 6%.

Каждый из пяти кластеров имеет пять подкластеров, например: в энергетическом - энергетическая поддержка самой энергетической системы, энергетическая поддержка транспорта, экологии, технологии, информатики и т.д. И остальные подкластеры соответствующим образом подразделяются на пять подкластеров следующего уровня. Для анализа функционирования биологических, технических и антропогенных систем, как правило, достаточно второго или третьего уровня ФКС.

Такая кластеризация³ позволила производить оценку функционирования сложной системы. Однако теории или математических моделей на основе ФКС создано не было. Поэтому целью дан-

ного исследования стала разработка теории структурного управления сложными системами на основе синтеза экономики, ФКС и неравновесной термодинамики.

В настоящей работе под сложной самоорганизующейся системой подразумеваются исключительно экономические системы (ЭС) микро- и мезоуровня.

В случае исследования ресурсораспределения в ЭС на базе фрактально-кластерного подхода объект управления не декомпозируется, а представляет собой “черный ящик” (рис.1), что соответствует принципам и методологии термодинамики. В физическом пространстве реальный экономический объект управления располагает ресурсами X_i , необходимыми для функционирования, и результатами своей деятельности (товары, продукты, услуги и т.д.). Известные экономико-математические модели (затраты-выпуск), как статические, так и динамические, описывают функционирование экономической системы в физическом пространстве экономических переменных (рис. 1а). Данный класс экономико-математических моделей имеет ряд преимуществ перед другими классами моделей: наглядность, относительная простота. Однако данные модели имеют недостатки: необходимость в значительных объемах дополнительной эмпирической информации, практическая невозможность на базе данных моделей проводить анализ устойчивости ресурсораспределения в экономических системах микро- и мезоуровня в долгосрочной перспективе.

При переводе из физического пространства экономических переменных в пятимерное фрактально-кластерное пространство осуществляются декомпозиция и классифицирование информации о ресурсах экономического объекта (рис. 1, 2), т.е. фрактально-кластерная структуризация информации о ресурсах, необходимых для удовлетво-

¹ См.: Бурдаков В.П. Эффективность жизни. М., 1997.

² См.: Там же.

³ См.: Там же.

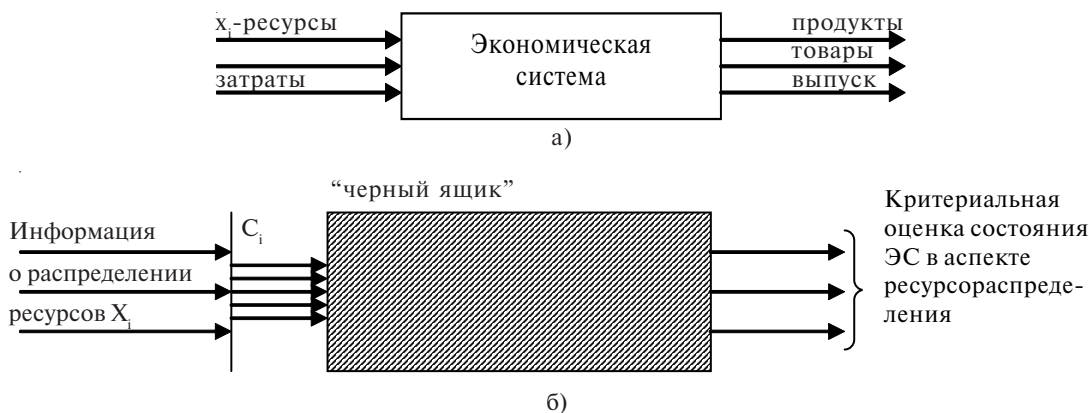


Рис. 1. Схема представления экономической системы в традиционной (а) и фрактально-кластерной (б) интерпретации

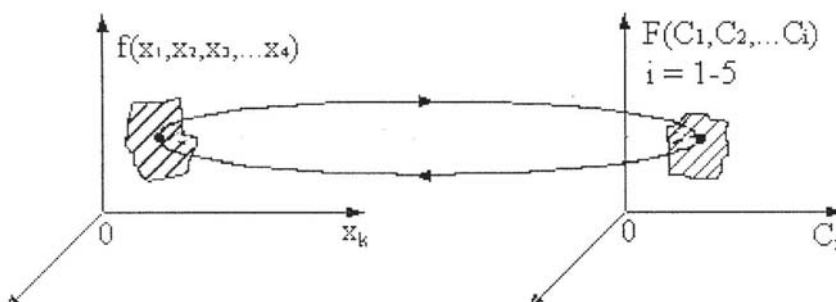


Рис. 2. Схема перевода из физического пространства экономических переменных во фрактально-кластерное пространство

рения потребностей ЭС (энергетических, транспортных, экологических, технологических и информационных). При этом в данном пространстве удобно использовать универсальный аппарат термодинамики в ее информационной интерпретации. Использование законов и теорем термодинамики позволяет анализировать устойчивость ресурсораспределения в ЭС, не прибегая к дополнительной эмпирической информации. Однако у данного класса моделей имеются свои недостатки: нетрадиционность подхода - в явном виде без привлечения дополнительной эмпирической информации невозможно определить физические критерии деятельности ЭС (доход, прибыль, рентабельность и т.д.).

Фрактально-кластерные критерии ЭС определяются нетривиальным образом в результате построения фрактально-кластерной модели (ФКМ).

Во фрактально-кластерном пространстве (рис. 2б) значения кластеров $\{C_i\}$ и подкластеров любого уровня есть величина положительная:

$$C_i > 0.$$

Область допустимых значений изменений кластеров (подкластеров) определяется следующим образом:

$$R_C \in R_C^{\text{доп}} = \begin{cases} 0 < C_i < a_i; \\ 0 < C_{ij} < b_{ij}; \\ 0 < C_{ij\dots n} < d_{ij\dots n}; \\ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \sum_{m=1}^5 \dots \sum_{n=1}^5 \bar{C}_{ijm\dots n} = 1, \end{cases} \quad (1)$$

где $a_i, b_{ij}, d_{ij\dots n} > 0, \bar{C}_{ijm\dots n} = C_{ijm\dots n} / C^\Sigma$.

Стоимость всех ресурсов, структурированных по кластерам равна:

$$C_i = \sum_{k=1}^n r_{ik} \cdot \beta_k; \quad \sum C_i = \sum_{i=1}^5 \sum_{k=1}^n r_{ik} \cdot \beta_k = B$$

или $\sum_{i=1}^5 \vec{r}_i \cdot \vec{\beta} = \sum_{i=1}^5 \sum_{k=1}^n r_{ik} \cdot \beta_k = B, \quad (2)$

где C_i - сумма различных ресурсов, отнесенных к i-му кластеру;

$\vec{\beta}$ - стоимостный коэффициент единиц соответствующего ресурса;

B - бюджет (консолидированный бюджет) системы;

g_{ik} - k -я доля ресурсов, относящихся к i -му кластеру;
 C^y - суммарный ресурс ЭС в стоимостном отношении.

Предлагаемая теория базируется:

1) на аксиоме об универсальности ФКС (пятикластерная структуризация ресурсных потребностей ЭС);

2) допущении о том, что кластеры $\{\bar{C}_i\}$ и подкластеры любого уровня $\{\bar{C}_{ij}\}$, $\{\bar{C}_{ijk}\} \dots \{\bar{C}_{ij\dots m}\}$ не могут принимать нулевого значения:

$$\bar{C}_i > 0, \bar{C}_{ij} > 0, \dots, \bar{C}_{ij\dots m} > 0;$$

3) предположении о том, что область эффективной работы ЭС в физическом пространстве соответствует также эффективному функционированию во фрактально-кластерном пространстве;

4) допущении о пассивном характере управления системой (пассивная модель). Однако коррекция управления, т.е. обратная связь, имеет место перед новым этапом трансформирования системы. Таким образом, имеет место модель с запаздывающей обратной связью.

Задача управления ресурсораспределением может в общем случае быть сформулирована

следующим образом: $|\bar{u} - u^{стаб}| \Rightarrow \min$, где $u^{стаб}$ - устойчивое ресурсораспределение в системе, полученное на основе информационно-термодинамического метода (определяется ниже).

Представленная фрактально-кластерная теория включает в себя:

1) фрактально-кластерные соотношения (ФКС) В.П. Бурдакова⁴; 2) динамические уравнения эволюции фрактально-кластерной системы⁵; 3) фрактально-кластерные критерии эффективности управления системой; 4) анализ устойчивости сложных самоорганизующихся систем.

2. Динамические уравнения ФКС

Эволюция любой экоматермической системы n -го уровня из неидеального кластерно-фрактального состояния в идеальное может быть записана в виде следующей системы уравнений⁶:

⁴ См.: Бурдаков В.П. Указ. соч.

⁵ См.: Волон В.Т. Фрактально-кластерная теория управления образовательными структурами. Казань, 2000.

⁶ Волон В.Т. Фрактально-кластерная теория управления образовательными структурами. Казань, 2000; Он же. Экономика. Флуктуации и термодинамика. Самара, 2001.

$$\bar{C}_i(\bar{t}) = \bar{C}_i^0 + u_i(\varepsilon_i, \bar{t}) \cdot \bar{C}_i^0; \tag{3}$$

$$\bar{C}_{ij}(\bar{t}) = \bar{C}_{ij}^0 + u_{ij}(\varepsilon_{ij}, \bar{t}) \cdot \bar{C}_{ij}^0; \tag{4}$$

$$\bar{C}_{ijm}(\bar{t}) = \bar{C}_{ijm}^0 + u_{ijm}(\varepsilon_{ijm}, \bar{t}) \cdot \bar{C}_{ijm}^0; \tag{5}$$

$$\bar{C}_{ijm\dots n}(\bar{t}) = \bar{C}_{ijm\dots n}^0 + u_{ijm\dots n}(\varepsilon_{ijm\dots n}, \bar{t}) \cdot \bar{C}_{ijm\dots n}^0; \tag{6}$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \sum_{m=1}^5 \dots \sum_{n=1}^5 \bar{C}_{ijm\dots n}}_{r \text{ раз}} = 1 \tag{7}$$

при $0 \leq \bar{t} \leq 1$ (здесь $\bar{t} = t/t_{кон}$, $t_{кон}$ - время окончания управления ЭС),

$$\text{где } \begin{cases} u_i = \left(\frac{C_i^{ид}}{C_i^0} - 1 \right) f_i(t) = \varepsilon_i f_i(t); \\ u_{ij} = \left(\frac{C_{ij}^{ид}}{C_{ij}^0} - 1 \right) f_{ij}(t) = \varepsilon_{ij} f_{ij}(t); \end{cases}$$

$$u_{ijm} = \left(\frac{C_{ijm}^{ид}}{C_{ijm}^0} - 1 \right) f_{ijm}(t) = \varepsilon_{ijm} f_{ijm}(t);$$

$$u_{ijm\dots n} = \left(\frac{C_{ijm\dots n}^{ид}}{C_{ijm\dots n}^0} - 1 \right) f_{ijm\dots n}(t) = \varepsilon_{ijm\dots n} f_{ijm\dots n}(t);$$

$$f_i(0) = f_{ijm\dots n}(0) = 0;$$

$$f_i(1) = f_{ij}(1) \dots f_{ijm\dots n}(1) = 1. \tag{8}$$

Здесь $u_i, u_{ij}, u_{ijm}, u_{ijm\dots n}$ - управляющие функции для кластеров и подкластеров первого, второго и $(n-1)$ уровня,

- идеальные относительные значения подкластеров первого, второго, ..., $(n-1)$; $\bar{C}_{ij}^0, \bar{C}_{ijm}^0, \dots, \bar{C}_{ijm\dots n}^0$ - начальные относительные значения соответствующих подкластеров, f - монотонная дифференцируемая функция $0 \leq f \leq 1$, вид которой задается либо находится из дополнительных условий устойчивости.

Уравнение (7) представляет собой аналог закона сохранения для фрактальной системы.

3. Энтропийно-кластерный метод управления структурой сложной системы

Предложенные⁷ методы оптимизации управления ФКС опираются на интуитивные или жестко формализованные понятия и аналогии. В связи

⁷ См.: Волон В.Т. Фрактально-кластерная теория управления образовательными структурами. Казань, 2000; Он же. Экономика. Флуктуации и термодинамика. Самара, 2001.

с вышесказанным логично сформулировать критерий эффективности управления фрактально-кластерной матрицей (ФКМ) на основе фундаментальных принципов термодинамики устойчивых состояний.

Рассмотрим матрицу идеальных состояний ФКМ (табл. 1).

Таблица 1. Таблица идеальных значений

\bar{C}_i	\bar{C}_{ij}					
C_1	0,38	0,144	0,1026	0,0608	0,0494	0,0228
C_2	0,27	0,1026	0,0729	0,0432	0,0351	0,0162
C_3	0,16	0,0608	0,0432	0,0256	0,0208	0,096
C_4	0,13	0,0494	0,0351	0,208	0,0169	0,078
C_5	0,06	0,0228	0,0169	0,096	0,078	0,0036

Первая строка и первый столбец идеальной матрицы дают количественную информацию об общей доле энергетических ресурсов системы, которая составляет $\sim 0,615$, т.е. является основным определяющим фактором эффективности функционирования системы:

$$\bar{C}_\Sigma = \sum_{j=1}^5 \bar{C}_{1j} + \sum_{i=2}^5 \bar{C}_{i1} \approx 0,615. \quad (9)$$

Это число очень близко к так называемому “золотому” сечению $H_0 = N \cdot 0,618$, известному из многочисленных публикаций как основа красоты и гармонии и в природных, и в антропогенных явлениях.

Фрактально-кластерная матрица $\{\bar{C}_{ij}\}$ несет информацию об энергетическом состоянии исследуемой системы. В связи с вышесказанным представляется целесообразным энтропийный подход к анализу управления фрактально-кластерной системой.

Связь между элементами ФКМ и информационной энтропией H позволяет найти критерий управления ФКМ с целью оптимальной эволюции из неидеального состояния системы (ФКМ неидеальные) в идеальное состояние (ФКМ идеальные), при этом сумма элементов ФКМ первого столбца и первой строки (9) переходит в их идеальное значение, т.е. достигается значение энтропии “золотого” сечения.

$$H = \sum_{j=1}^5 \bar{C}_{1j} + \sum_{i=2}^5 \bar{C}_{i1} \Rightarrow u_{ij} \Rightarrow \sum_{j=1}^5 \bar{C}_{1j}^{\text{ideal}} + \sum_{i=2}^5 \bar{C}_{i1}^{\text{ideal}} = H_0 \approx 0,618. \quad (10)$$

Таким образом, вводится гипотеза об определении условной энтропии (или квазиэнтропии) ФКС (10), опирающаяся на обобщение опытных

данных по эволюционирующим системам⁸ и структуре ФКМ.

Предложенное выражение фрактально-кластерной энтропии представляет собой в стоимостном отношении долю суммарных ресурсов системы, идущих на удовлетворение ее энергетических потребностей.

Структура ФКМ сложной системы фрактальна: это цепочки повторяющихся подкластеров, самоподобных по своей структуре. Как известно, изображение фракталов получается за счет итерационных процессов. Простейшим итерационным процессом является ряд Фибоначчи.

Оказалось, что ключом к управлению фрактально-кластерной матрицей является знаменитый ряд Фибоначчи (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, $U_n \dots U_{n+1}$), в котором каждая последующая цифра равна сумме двух предыдущих. Замечательным свойством ряда Фибоначчи является то, что по мере увеличения чисел ряда отношение двух соседних чисел ряда асимметрически приближается к точной пропорции “золотого” сечения - основе красоты и гармонии как в природных, так и в многочисленных антропогенных проявлениях:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n}{U_{n+1}} = H_0 \approx 0,618. \quad (11)$$

В связи с вышесказанным возникла гипотеза об оптимальном управлении ФКМ при помощи ряда Фибоначчи. Для управления ФКМ используется аппроксимация итераций ряда Фибоначчи. При этом итерации соответствуют отрезкам времени, кратным периоду затухания колебания, т.е. аппроксимация итераций ряда Фибоначчи является шаблоном для управления матрицы $\{u_{ij}\}$ (рис. 3).

Управляющая матрица $\{u_{ij}\}$ при одинаковых временах начала и конца эволюции $\bar{t}_{ij}^0 = \bar{t}_{ji}^0 = \text{const}$

и $\bar{t}_{ij}^{\text{fin}} = \bar{t}_{ji}^{\text{fin}} = \text{const}_2$ принимает вид

$$u_{ij} = \left(\frac{\bar{C}_{ij}^{\text{ideal}}}{\bar{C}_{ij}^0} - 1 \right) \cdot f(\bar{t} - \bar{t}_0). \quad (12)$$

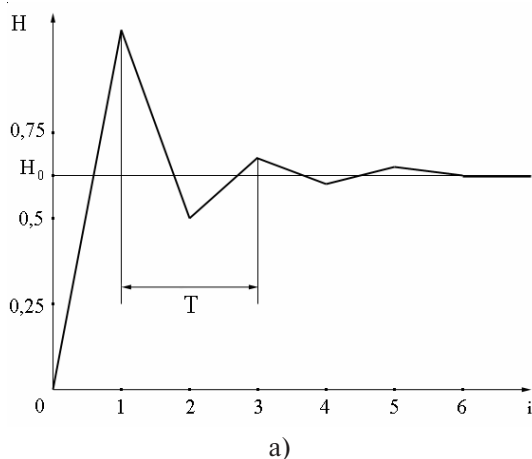
⁸ См.: Бурдаков В.П. Указ. соч.

Функция $f(\bar{t} - \bar{t}_0)$ удовлетворяет условиям (8).

Аппроксимация итераций ряда Фибоначчи (см. рис. 3) дает следующее выражение:

$$f(\bar{t} - \bar{t}_0) = \frac{H}{H_0} = 1 + H_0 \cdot \exp(-\alpha(\bar{t} - \bar{t}_0)) \times \cos(\pi(\bar{t} - \bar{t}_0) + \varphi_0) \quad (13)$$

при начальной фазе $\varphi_0 = 0$, $H_0 = 0,618$, $\alpha = 1,05$, $\bar{t}_0 = 1$.



где $\cos(\pi(\bar{t}_{\text{сшивки}} - \bar{t}_0))_0 < 0$.

Численно из уравнений (16) определяется значение $\bar{t}_{\text{сшивки}}$ и показатель β . Оказалось, что $\bar{t} - \bar{t}_0 \approx 1,19$; $\beta \approx 1,53$.

На рис. 4 показана эволюция кластеров с управлением по (13, 14).

Как видно из рис. 3а, имеют место устойчивые (выпуклые траектории H , $d^2H/dt^2 < 0$) и неустойчивые (вогнутые траектории H , $d^2H/dt^2 > 0$), соответствующие полученному энтропийно-

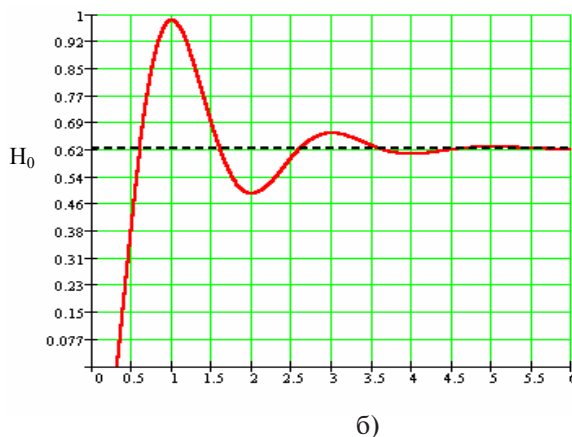


Рис. 3. Итерация членов ряда Фибоначчи:

i - номер итерации, $T = 2$ - период, $H_0 H = 0,618$ - “золотое” сечение

Выражение (13) не удовлетворяет начальным условиям при $\bar{t} = \bar{t}_0$. Для удовлетворения второго граничного условия введем новую управляющую функцию u^* на отрезке времени от нуля до некоторого t :

$$u^*(\bar{t} - \bar{t}_0) = 1 - \exp(-\beta(\bar{t} - \bar{t}_0)) \quad (14)$$

и осуществим сшивку решений для $U(\bar{t} - \bar{t}_0)$:

$$\begin{cases} u_1^*(\bar{t} - \bar{t}_0) = f(\bar{t} - \bar{t}_0) \\ (u^*(\bar{t} - \bar{t}_0))^t = f'(\bar{t} - \bar{t}_0) \end{cases} \text{ при } \bar{t} = \bar{t}_{\text{сшивки}} \quad (15)$$

Видно, что управление $u^*(\bar{t} - \bar{t}_0)$ удовлетворяет условию (8) при $\bar{t} = \bar{t}_0$. После несложных преобразований получаем систему трансцендентных уравнений:

$$\begin{cases} \beta = \alpha - \frac{\ln(-\cos[\pi(\bar{t}_{\text{сшивки}} - \bar{t}_0)] \cdot H_0)}{\bar{t}_{\text{сшивки}} - \bar{t}_0} \\ \ln\left[-\frac{1}{\cos\pi(\bar{t}_{\text{сшивки}} - \bar{t}_0) \cdot H_0}\right] = \text{tg}(\pi(\bar{t}_{\text{сшивки}} - \bar{t}_0)) \end{cases} \quad (16)$$

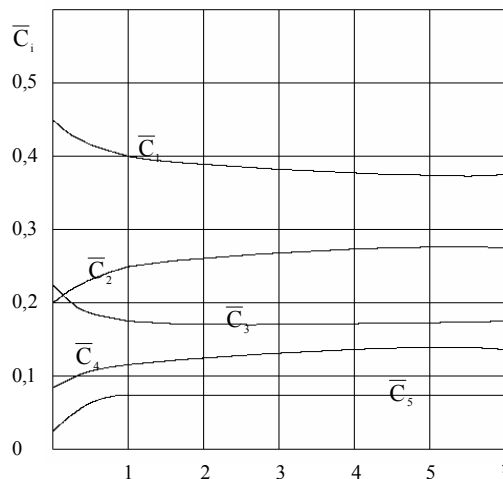


Рис. 4. Эволюция кластеров ЭС по ряду Фибоначчи и сшивки (14)

кластерному решению на основе ряда Фибоначчи. В связи с этим фактом была предложена гипотеза о структурных волнах малой интенсивности: режимы, при которых $\Delta H \ll H_0$, $dP/dt > 0$ являются режимами функциональной неустойчивости, представляющей собой атрибут любой развивающейся самоорганизующейся системы. При неустойчивых режимах ($d^2H/dt^2 > 0$ и $\Delta H \sim H_0$) имеет место ано-

мальная структурная неустойчивость, говорящая о серьезных кризисных структурных процессах, протекающих в ЭС.

4. Фрактально-кластерные критерии эффективности управления сложной системой

Для оценки управления ЭС с точки зрения предлагаемого подхода необходимо разработать статические и динамические критерии эффективности ее управления. К статическим критериям можно отнести вышепредложенный критерий условной фрактально-кластерной энтропии H (10). Кроме того, к статическим критериям эффективности ЭС следует отнести критерий полной эффективности η^Σ ⁹. Но данные критерии являются малочувствительными.

Полная эффективность функционирования фрактально-кластерной системы определяется¹⁰ следующим образом:

$$\eta^\Sigma = 1 - \sum_{i=1}^5 \bar{C}_i^{\text{ideal}} \eta_i^{-1} \sqrt{\left(\bar{C}_i^{\text{ideal}} - \bar{C}_i \right)^2}, \quad (17)$$

где η_i - эффективность i -го кластера определяется по формуле

$$(18)$$

Расчет подкластерных эффективностей $\eta_{ij\dots m}$ ($m-1$) - уровня начинается с последнего ($m-1$)-уровня. Номер уровня меняется следующим образом:

$$(19)$$

Но данные критерии являются малочувствительными.

Для определения высокочувствительного критерия эффективности управления фрактально-кластерной матрицей $D_{\text{эфф}}$ использовался подход Ф. Хаусдорфа. В отличие от чисто фрактальных структур фрактально-кластерные n -мерные матрицы ФКМ⁽ⁿ⁾ имеют существенное отличие от геометрических фрактальных структур, так как количественные распределения по подкластерам любого уровня могут отличаться от идеального распределения и тем самым изменяется качество системы. Однако все перераспределения в кластерах и подкластерах любого уровня подчиняются законам сохранения (7).

Поэтому предлагается следующий алгоритм определения высокочувствительного критерия

эффективности фрактально-кластерной n -мерной матрицы ФКМ⁽ⁿ⁾.

Фрактально-кластерный критерий эффективности управления (D -критерий) определяется по формуле

$$(20)$$

где ФКМ является m -мерная матрица.

В формуле (17) величины δ_i^* , δ_{ij}^* , $\delta_{ijk\dots m}^*$ подсчитываются по соотношениям:

$$\delta_{ijk\dots m}^* = 1 - \sqrt{\left(\frac{\bar{C}_{ijk\dots m}^{\text{ideal}}}{\bar{C}_{ijk\dots m}} - 1 \right)^2}. \quad (21)$$

Для определения эффективности управления предложен смешанный критерий функционирования самоорганизующейся системы:

$$\chi = \frac{H \cdot D_{\text{эф}} \cdot \eta^\Sigma}{H_0 \cdot D_{\text{эф}}^{\text{max}}}. \quad (22)$$

Критерии H , $D_{\text{эф}}$ и η^Σ позволяют определять необходимые и достаточные условия оптимальности ресурсораспределения в экономических системах в статическом состоянии (табл. 2).

5. Анализ устойчивости состояния и трансформирования сложной системы

С использованием результатов и основных положений термодинамики структуры¹¹ и неравновесной нелинейной флуктуационно-диссипативной термодинамики¹² проведен анализ устойчивости сложных саморазвивающихся систем.

Рассмотрим кластеры $\{\bar{C}_i\}$ и подкластеры $\{\bar{C}_{ij}\}$, составляющие ФКС, как случайные внутренние параметры $C_i(t)$, $C_{ij}(t)$, т.е. изменяющиеся флуктуационным образом. Если система изолирована, то информационная энтропия $H(\{\bar{C}_{ij}\})$ не убывает со временем. Однако флуктуационная составляющая информационной (условной) энтропии $H_{(ij)}(t)$ может убывать на величину, не превышающую k (k - постоянная Больцмана)¹³.

¹¹ См.: Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуации. М., 1973.

¹² См.: Стратонович Р.Л. Нелинейная неравновесная термодинамика. М., 1985.

¹³ Как показано в: Стратонович Р.Л. Нелинейная неравновесная термодинамика. М., 1985.

⁹ См.: Бурдаков В.П. Указ. соч.

¹⁰ Согласно: Бурдаков В.П. Указ. соч.

Таблица 2. Необходимые и достаточные условия оптимальности состояния экономической системы

Необходимые условия	Достаточные условия	Примечания
$H \leq H_0$ или $H^* = H - H_0 \rightarrow 0$	$D_{эф} \rightarrow D_{эф}^{max}$	Имеется полная финансовая информация об экономической системе (точная оценка)
$H \leq H_0$ или $H^* \rightarrow 0$	$\eta^\Sigma \rightarrow 1$	Не имеется полной финансовой информации об экономической системе (грубая оценка)

$$\sqrt{(\delta H(\bar{C}_{ij}(t)))^2} < k. \quad (23)$$

Выражение (23) представляет собой микронарушение II начала термодинамики для ФКС.

Усредненные значения подкластеров по некоторому интервалу времени t равны:

$$\sum_{j=1}^5 \langle \bar{C}_{ij} \rangle = \left\langle \sum_{j=1}^5 \bar{C}_{ij} \right\rangle = \int_0^\tau \bar{C}_{ij}(t) dt / \tau. \quad (24)$$

Условная энтропия $H(A(t))$ ФКС в случае несимметричной ФКМ имеет следующий вид:

$$H(A(t)) = \left\langle \bar{C}_1 + \sum_{j=2}^5 \bar{C}_{ij} \right\rangle = \langle \bar{C}_1 \rangle + \sum_{j=2}^5 \langle \bar{C}_{ij} \rangle, \quad (25)$$

где $A(t)$ - усредненные внутренние параметры;

$\langle \bar{C}_{ij}^0 \rangle \Rightarrow \langle \bar{C}_{ij} \rangle^{\text{fin(ideal)}}$ - знак усреднения по некоторому промежутку времени t существенно меньшему времени эволюции T из начального состояния $\{\bar{C}_{ij}^0\}$ в конечное (идеальное) состояние системы $\{\bar{C}_{ij}\}^{\text{fin(ideal)}}$;

где $\tau \ll T$.

$$\tau \ll T. \quad (26)$$

В симметричном случае подкластеры $\langle \bar{C}_{ij} \rangle$ определяются по соотношениям:

$$\langle \bar{C}_{ij} \rangle = \langle \bar{C}_{ji} \rangle \text{ и } \langle \bar{C}_{ij} \rangle = \langle \bar{C}_i \rangle \cdot \langle \bar{C}_j \rangle, \quad (27)$$

т.е. $\langle \bar{C}_{ij} \rangle = \langle \bar{C}_i \rangle^2$.

Условная энтропия в этом случае равна:

$$H = 2 \langle \bar{C}_1 \rangle - \langle \bar{C}_1 \rangle^2. \quad (28)$$

В соответствии с критерием термодинамической устойчивости¹⁴ определим второй дифферен-

циал условной энтропии H для симметричного случая:

$$\delta^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial \langle \bar{C}_1 \rangle^2} (\delta \langle \bar{C}_1 \rangle)^2 = -2 (\delta \langle \bar{C}_1 \rangle)^2 \leq 0. \quad (29)$$

Таким образом, для состояний, близких к ветви термодинамического равновесия в симметричном случае ФКМ, второй дифференциал энтропии $\delta^2 H$ отрицателен, т.е. ФКС устойчива.

Граница потери устойчивости для симметричной ФКМ $\delta^2 H = 0$ реализуется только при $\delta \langle \bar{C}_1 \rangle = 0$, т.е. при полном отсутствии флуктуаций энергетического кластера $\langle \bar{C}_1 \rangle$.

Во всех остальных случаях при симметричной ФКМ при состояниях, близких к ветви термодинамического равновесия, удовлетворяется критерий устойчивости: $\delta^2 H < 0$.

Рассмотрим несимметричный случай ФКМ. Второй дифференциал условной энтропии в несимметричном случае ФКМ имеет вид

$$\begin{aligned} \delta^2 H(\langle \bar{C}_1 \rangle, \langle \bar{C}_{21} \rangle, \langle \bar{C}_{22} \rangle, \langle \bar{C}_{23} \rangle, \langle \bar{C}_{24} \rangle) = \\ = \frac{\partial^2 H}{\partial \langle \bar{C}_1 \rangle^2} (\delta \langle \bar{C}_1 \rangle)^2 + \sum_{j=2}^5 \frac{\partial^2 H}{\partial \langle \bar{C}_{j1} \rangle^2} (\delta \langle \bar{C}_{j1} \rangle)^2 + \\ + 2 \frac{\partial}{\partial \langle \bar{C}_1 \rangle} \sum_{j=2}^5 \left(\frac{\partial H}{\partial \langle \bar{C}_{j1} \rangle} \cdot \delta \langle \bar{C}_{j1} \rangle \right) (\delta \langle \bar{C}_1 \rangle) + \\ + 2 \sum_{i=2}^5 \sum_{j>i}^5 \frac{\partial^2 H}{\partial \langle \bar{C}_{i1} \rangle \partial \langle \bar{C}_{j1} \rangle} \delta \langle \bar{C}_{i1} \rangle \delta \langle \bar{C}_{j1} \rangle. \end{aligned} \quad (30)$$

Второй дифференциал условной энтропии $\delta^2 H$ определяется в случае независимости энергетического кластера $\langle \bar{C}_1 \rangle$ и энергетических

¹⁴ См.: Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуации. М., 1973.

подкластеров $\langle \bar{C}_{12} \rangle$, $\langle \bar{C}_{13} \rangle$, $\langle \bar{C}_{14} \rangle$ и $\langle \bar{C}_{15} \rangle$ следующим образом:

$$\delta^2 H = 0, \quad (31)$$

т.е. даже при наличии флуктуаций имеет место нейтральная устойчивость эволюции сложной системы.

В случае линейной зависимости $\langle \bar{C}_1 \rangle$ и энергетических кластеров $\langle \bar{C}_{12} \rangle$, $\langle \bar{C}_{13} \rangle$, $\langle \bar{C}_{14} \rangle$ и $\langle \bar{C}_{15} \rangle$ также имеет место нейтральная устойчивость.

В случае нелинейной зависимости подкластеров $\langle \bar{C}_{ij} \rangle$ ($i > 1$) от энергетического кластера могут возникать как устойчивые, так и неустойчивые режимы эволюции фрактально-кластерной матрицы ФКМ сложной системы, т.е.:

$$\delta^2 H \begin{cases} < 0 & \text{– устойчивый режим;} \\ = 0 & \text{– нейтральная устойчивость;} \\ > 0 & \text{– неустойчивый режим.} \end{cases} \quad (32)$$

Проведенный выше анализ структурной устойчивости сложной системы на основе обобщенной термодинамики необратимых процессов И. Пригожина¹⁵ и предлагаемой фрактально-кластерной теории относится к состояниям, близким к термодинамической ветви равновесия, т.е. к линейной термодинамике необратимых процессов.

Критерием устойчивости для сложных систем, соответствующих понятию “диссипативных структур” И. Пригожина, является квадратичная знакопеременная форма, называемая производством приращения энтропии¹⁶. Для устойчивых диссипативных структур производство избыточной энтропии есть величина положительно определенная:

$$P[\delta H] > 0,$$

$$\text{где } \delta H = \frac{\partial H}{\partial \langle \bar{C}_1 \rangle} \delta \langle \bar{C}_1 \rangle + \sum_{j=2}^5 \frac{\partial H}{\partial \langle \bar{C}_{1j} \rangle} \delta \langle \bar{C}_{1j} \rangle. \quad (33)$$

Однозначно знак производства избыточной энтропии в общем случае определить невозможно¹⁷. Для конкретных систем необходимо использование феноменологических законов для определения знака $P[\delta H]$.

Для фрактально-кластерного описания структуры ЭС, находящейся вдали от равновесия, получено следующее выражение для квадратичной знакопеременной формы, т.е. для производства избыточной энтропии (или квазиэнтропии) для симметричного случая ФКМ :

$$P[\delta H] = \begin{cases} \delta \langle \bar{C}_1 \rangle < \frac{B}{1 - \langle \bar{C}_1 \rangle}, B > 0 & \text{– устойчивый режим;} \\ \delta \langle \bar{C}_1 \rangle = \frac{B}{1 - \langle \bar{C}_1 \rangle} & \text{– нейтральный режим;} \\ \delta \langle \bar{C}_1 \rangle > \frac{B}{1 - \langle \bar{C}_1 \rangle} & \text{– неустойчивый режим;} \\ H < H_0 & \end{cases} \quad (34)$$

где B определяется по начальным значениям

$$\langle \bar{C}_1 \rangle^0 \text{ и } \delta \langle \bar{C}_1 \rangle^0.$$

Таким образом, можно сделать вывод, что синтез фрактально-кластерной теории и обобщенной термодинамики необратимых процессов позволяет в явном виде определить вид критерия устойчивости вдали от состояния равновесия ЭС.

Рассмотрим вопрос об устойчивости траектории перевода сложной системы из произвольного в идеальное состояние в соответствии с основными положениями фрактально-кластерной теории. Очевидно, что через две точки в фазовой плоскости энтропия - время ($H - t$) могут проходить как устойчивые, так и неустойчивые траектории трансформирования системы с точки зрения фрактально-кластерной теории.

Рассмотрим фрактально-кластерную структуру сложной системы, находящейся в состоянии, близком к термодинамической ветви равновесия, т.е. при анализе эволюции можно использовать линейную термодинамику неравновесных процессов.

В соответствии с данным фактом можно использовать теорему о минимуме производства энтропии¹⁸.

Для простоты рассмотрим симметричную фрактально-кластерную матрицу топологической структуры сложной системы, тогда энтропия системы определяется по (31).

Используя теорему И. Пригожина о минимуме производства энтропии¹⁹, определим вид функции $f(\bar{t})$ из условия нейтральной устойчивости:

¹⁵ Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуации. М., 1973.

¹⁶ См.: Там же.

¹⁷ См.: Там же.

¹⁸ См.: Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуации. М., 1973.

¹⁹ См.: Там же.

$$\frac{dP}{dt} = 0, \text{ где } P = \frac{dH}{dt}. \quad (35)$$

Выражение трансформационной функции $f(\bar{t})$, осуществляющей перевод из произвольного в идеальное состояние фрактально-кластерной структуры сложной системы, по траектории нейтральной устойчивости имеет следующий вид:

$$f(\bar{t}) = \{\exp(\alpha) - 1\}^{-1} (\exp[\alpha \cdot \bar{t}] - 1). \quad (36)$$

В общем случае ненулевой правой части в выражении для производства энтропии получаем следующее выражение для трансформационной функции $f(\bar{t})$:

$$f(\bar{t}, \varepsilon) = -\frac{\varepsilon}{\alpha} \bar{t} + \left(1 + \frac{\varepsilon}{\alpha}\right) \cdot \{\exp(\alpha) - 1\}^{-1} (\exp(\alpha \cdot \bar{t}) - 1). \quad (37)$$

Выражение для функции $f(\bar{t}, \varepsilon)$ соответствует следующим качественно различным режимам трансформирования топологической фрактально-кластерной структуры сложной системы из неидеального в идеальное состояние:

$$\varepsilon = \begin{cases} = 0 & \text{- трансформирование сложной системы по траектории нейтральной устойчивости;} \\ > 0 & \text{- неустойчивая траектория трансформирования сложной системы;} \\ < 0 & \text{- устойчивая траектория трансформирования сложной системы.} \end{cases}$$

6. Апробация ФК-теории для ЭС микро-, мезо- и макроуровня

В качестве первого примера в табл. 3 приведен ретроспективный фрактально-кластерный анализ

Обобщенный критерий χ для г. Нешуа США максимален, что свидетельствует об оптимальности управления.

На рис. 5 показаны различные сценарии топологических структур ФКМ для различных временных этапов эволюции ФКМ к ее идеальному значению.

В качестве второго примера иллюстрации разработанной теории ресурсораспределения в ЭС микроуровня представлены результаты анализа для предприятий Самарского регионального холдинга “Форра”.

Первым предприятием ОАО “Форра” был крупнейший в России производитель маргаринов, жиров и майонезов, в недавнем прошлом лидер масложировой отрасли страны, ОАО “Самарский жиркомбинат”.

В работе проанализирована динамика его развития с 1999 по 2001 г. по модели экономического роста Дюпон и Ольсон. Согласно показателям этих моделей, до 2000 г. комбинат работает достаточно эффективно, о чем свидетельствует рост рентабельности продаж, рентабельности чистых активов и собственного капитала, рост капитализации фирмы.

Однако уже в 2000 г. наблюдается, что наряду с вышеупомянутыми показателями растет и кредитный портфель организации (с 1999 г. рост кредитной массы составил 8,7 раза). Отрицательное значение рабочего капитала также свидетельствует о неустойчивом состоянии предприятия.

В 2001 г. происходит резкое падение всех показателей. За счет роста текущих пассивов падает величина чистых активов, падает объем продаж, предприятие начинает работать в убы-

Таблица 3. Сравнительный анализ управления муниципальными структурами

Структура	Энтропия		Критерий эффективности $D_{эфф}$	Полная эффективность η^{Σ}	Относительное отклонение от идеального		
					ε_H	ε_D	ε_{η}
Муниципальные структуры Московской области	1990 г.	0,360	0,1132	0,83	41,7%	88,6%	17%
	1993 г.	0,564	0,8755	0,969	8,7%	12,5%	3,1%
	1996 г.	0,407	0,7227	0,9257	3,4%	27,8%	7,5%
Municipal Department USA, t. Nessua	1993 г.	0,603	0,97	0,99	2,42%	3%	1%
	1994 г.	0,6156	0,9875	0,9957	0,4%	1,2%	0,4%

управления муниципальными структурами для Московской области и муниципального департамента г. Нешуа США. Из данной таблицы видно, что для американского муниципального департамента ФКС практически идеальны, критерий эффективности управления $D_{эфф}$ и полная эффективность системы близки к 100%. Для муниципальных структур Московской области наиболее удачным с точки зрения управления является 1993 г.

ток, растет отрицательная величина рабочего капитала и средневзвешенная стоимость капитала. Таким образом, к 2001 г. комбинат становится зависим от кредиторов, а следовательно, более уязвим и финансово неустойчив.

С использованием модели стоимости компании было получено: с 1998 по 2000 г. происходит рост стоимости компании, однако в 2001 г. наблюдается резкое падение стоимости комбината.

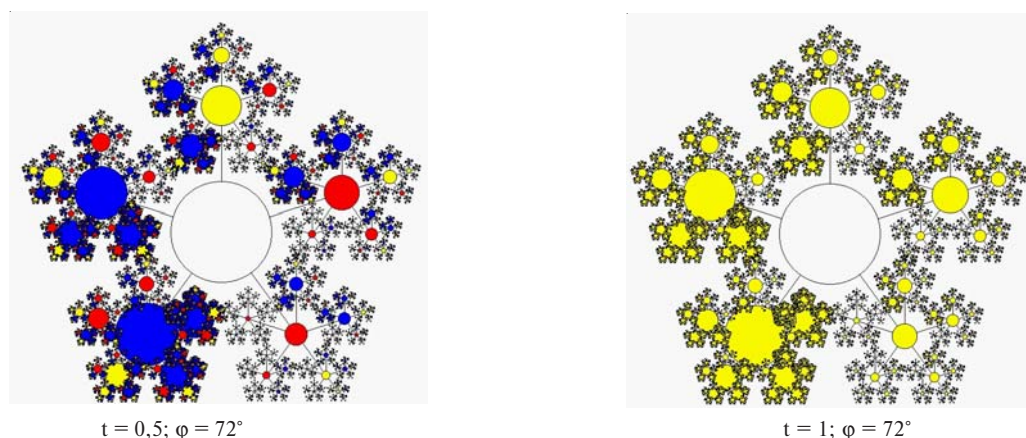


Рис. 5. Эволюция ФКС шестого уровня $\varphi = 72^\circ$

Такая тенденция достаточно закономерна и связана с увеличением кредитного портфеля, уменьшением стоимости чистых активов и получением отрицательного финансового результата.

После того как были проанализированы внешние показатели деятельности предприятия, был проведен структурный анализ деятельности комбината на основе фрактально-кластерной теории. Такой анализ позволяет, проанализировав структуру затрат организации, показать, устойчиво ли она работает и каковы тенденции ее развития.

На рис. 6 представлены результаты данного анализа, показывающие, что деятельность Са-

- предприятие работает неэффективно и теряет структурную устойчивость.

Далее было проанализировано еще одно предприятие холдинга - ОАО "Самарстройдеталь" (рис. 7). Предприятие занимается производством деревянных окон, дверей, бруса и других изделий из древесины.

В результате анализа данной организации с помощью модели Дюпон и Ольсон было показано, что почти все показатели предприятия имеют положительную динамику, а значит, предприятие работает устойчиво и стабильно. Предприятие получает прибыль, реинвестиру-

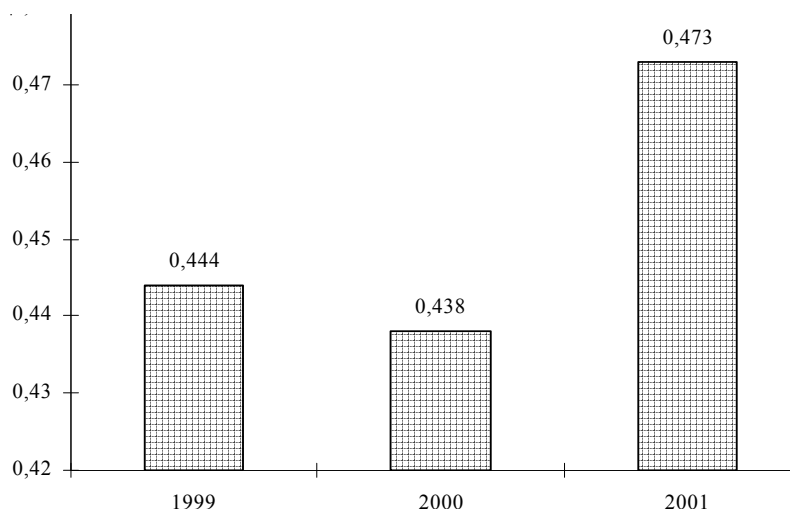


Рис. 6. Гистограмма энтропии (H) управления ОАО "Самарский жиркомбинат"

марского жиркомбината неустойчива. Согласно фрактально-кластерным моделям, динамика развития предприятия соответствует неустойчивому развитию ЭС ($d^2H/dt^2 > 0$). Кроме того, $\Delta H \sim H_0$, что свидетельствует о серьезных кризисных процессах в ЭС.

Таким образом, данные, полученные при анализе с помощью моделей Дюпона и Ольсона, согласуются с данными, полученными при информационно-термодинамическом анализе,

ет, наращивает свои активы, налицо явный экономический рост.

Однако проведенный анализ деятельности предприятия на основе ФК-теории показал, что, несмотря на устойчивый характер эволюции ФК-энтропии ($d^2H/dt^2 < 0$), уровень фрактально-кластерной энтропии низкий ($H < H_0$) и продолжает падать, а это значит, что, если не осуществить перераспределения ресурсов в расходной части бюджета в соответствии с рекомендациями фрак-

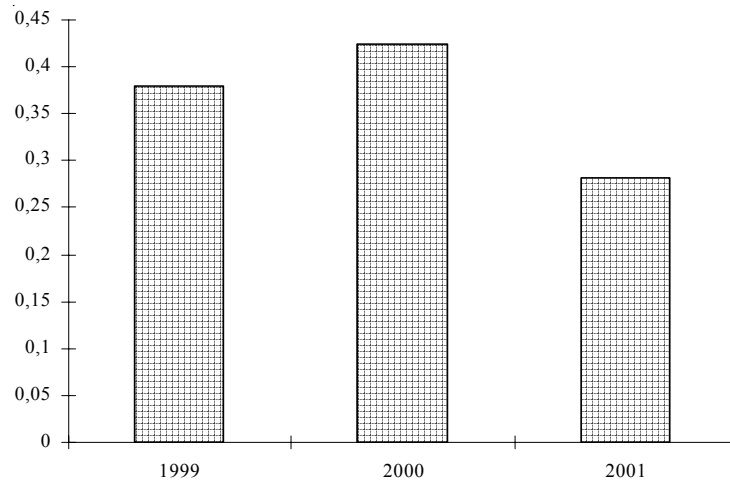
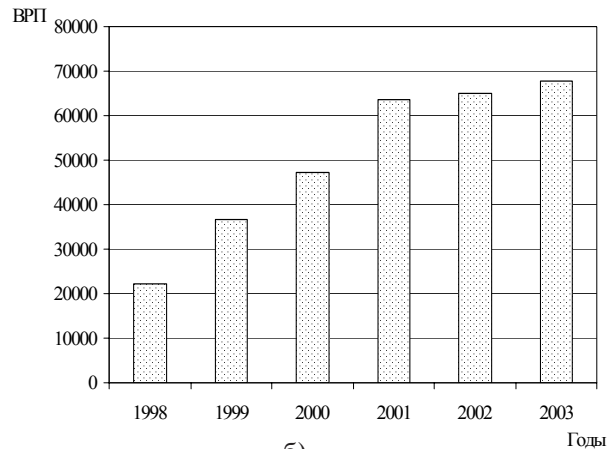
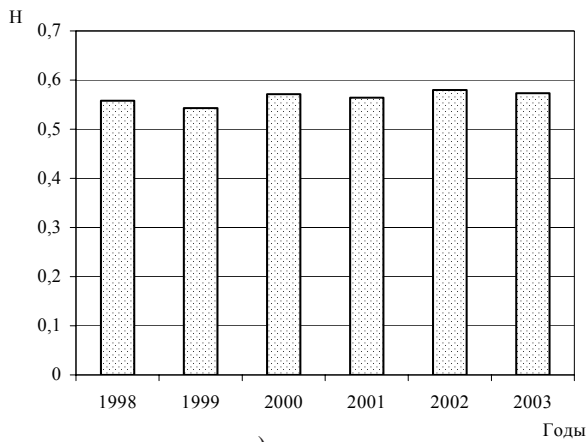


Рис. 7. Гистограмма энтропии (H) управления ОАО “Самарстройдеталь”

тально-кластерных моделей, предприятие может вскоре оказаться в структурном кризисе.

Таким образом, анализ состояния предприятия на основе предложенной теории позволил заб-



а)

б)

Рис. 8. Гистограмма энтропии бюджета Самарской области

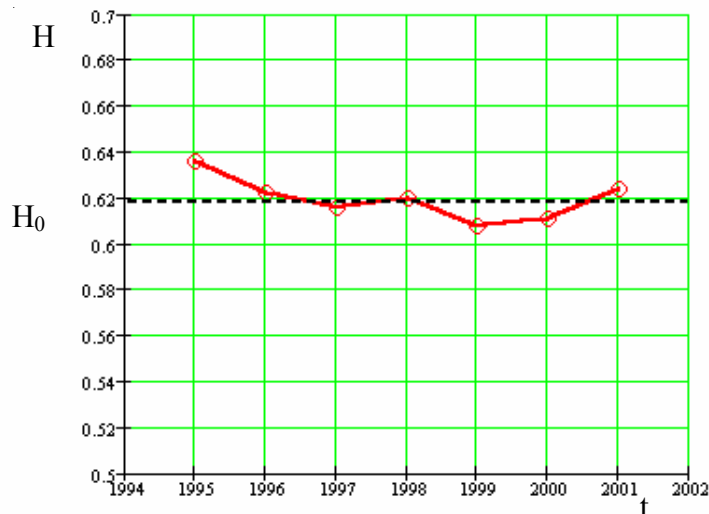
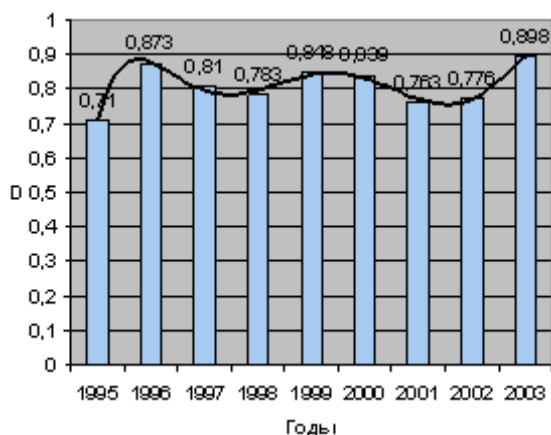


Рис. 9. Изменения ФК-энтропии структуры бюджета за период 1995-2001 гг. по Самарской области

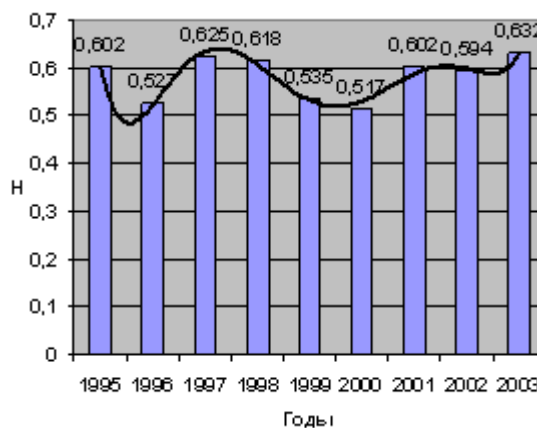
лаговременно выявить кризисные тенденции в развитии фирмы.

Фрактально-кластерный анализ бюджета Самарской области по данным структуры бюджета Самарской области за 1995-2001 гг. представлен на гистограммах (рис. 8-9). Из данных иллюстраций следует, что имеет место слабое осциллирование фрактально-кластерной энтропии H около значения H_0 $H \cdot 0,618$ - "золотого сечения" ($\Delta H/H_0 \approx 0,01 \div 0,03$), это свидетельствует о нормальном распределении ресурсов бюджета области в период с 1995 по 2001 г. Результаты фрактально-кластерного анализа подтверждаются статистическими данными по ВВП, темпам экономического роста, инвестиций, повышению уровня жизни в Самарской области (Самарская область входит в тройку наиболее успешных в экономическом плане регионов России).

Анализ ресурсораспределения ВВП на базе разработанной теории показывает, что качество ресурсораспределения улучшается ($D_{эф} = 0,898$), наблюдается уменьшение амплитуды структурных колебаний H во времени, т.е. имеют место устойчивые этапы развития экономики России (рис. 10).



а)



б)

Рис. 10. Динамика фрактально-кластерных критериев (а) - $D_{эф}$, б) - H для ВВП России

7. Обобщенный критерий оптимизации управления ЭС на базе фрактально-кластерной системы

В результате проведенного информационно-термодинамического анализа ресурсораспределения в экономических системах на базе фрактально-кластерных моделей можно сделать вывод, что сформулирован новый обобщенный критерий оптимизации управления экономическими системами - оптимальное управление экономической системой с точки зрения фрактально-кластерных моделей - это, в отличие от традицион-

ных представлений (минимальность издержек или максимум прибыли), устойчивое бескризисное развитие экономической системы, соответствующее экстремальности статических фрактально-кластерных критериев и полученным решениям устойчивого трансформирования (динамические критерии устойчивости).

Данный обобщенный критерий оптимизации управления представляет собой совокупность статических и динамических фрактально-кластерных критериев ($D_{эф}$, H , ΔH , d^2H , $P[dH]$) и решений по устойчивому трансформированию экономической системой микро- и мезоуровня (13 - 16, 37), т.е. представляет условия устойчивого бескризисного функционирования ЭС. Однако данный критерий ни в коей мере не отвергает традиционных критериев - максимальной прибыли и минимальности издержек, а дает возможность синергетического (совместного) решения задач оптимизации управления ЭС.

8. Заключение

Разработанная фрактально-кластерная теория позволяет анализировать и оптимизировать ЭС в аспекте ресурсораспределения. Сформулирован новый обобщенный критерий оптимизации уп-

равления ЭС на базе разработанных фрактально-кластерных критериев и решений устойчивого трансформирования. Апробация разработанной теории для анализа процессов ресурсораспределения в ЭС микро- и мезоуровня подтвердила ее основные положения и рекомендации. Фрактально-кластерная теория и модели, разработанные на ее основе, будут являться доминирующими при прогнозе развития ЭС, в которых нельзя или затруднительно оценить в стоимостном отношении продукт данной системы (образовательные заведения, фундаментальные исследования и т.д.). Для ЭС - "затра-

ти можно прогнозировать выпускаемый продукт и оценивать эффективность ЭС (рентабельность производства, продаж, ВРП, ВВП и т.д.), будут доминировать традиционные экономико-математические модели межотраслевого баланса. Для данного класса ЭС предложенная фрактально-кластерная

теория и разработанные на ее основе модели могут использоваться в качестве вспомогательного инструментария анализа управления ЭС.

Поступила в редакцию 10.10.2006 г.